

1. (6 punti) Sia $0 < a < 1$. Sia $V(a)$ il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando attorno all'asse y la regione $A = \{(x, y) \mid \sqrt{1-a} \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2(a+x^2) \log(a+x^2)\}$. Si calcoli $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{V(a)}{a^2}$.

1. (6 punti) Sia $a > 0$. Sia $V(a)$ il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando attorno all'asse y la regione $A = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{a}, 0 \leq y \leq 2(a + x^2) \arctan(a + x^2)\}$. Si calcoli $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{V(a)}{a^3}$.

1. (6 punti) Sia $0 < b < 1$. Sia $V(b)$ il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando attorno all'asse x la regione $B = \left\{ (x, y) \mid \sqrt{1-b} \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{2x(b+x^2) \log(b+x^2)} \right\}$. Si calcoli

$$\lim_{b \rightarrow 0^+} \frac{V(b)}{b^2}.$$

1. (6 punti) Sia $b > 0$. Sia $V(b)$ il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando attorno all'asse x la regione $B = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{b}, 0 \leq y \leq \sqrt{2x(b+x^2)} \arctan(b+x^2) \right\}$. Si calcoli $\lim_{b \rightarrow 0^+} \frac{V(b)}{b^3}$.

2. (6 punti) Si determini l'insieme dei valori del parametro reale $x \neq 1$ per cui la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n - 3^n}{2^n + n^2} \left(\frac{\frac{1}{2} + x^2}{1 - x} \right)^n$$

è convergente.

2. (6 punti) Si determini l'insieme dei valori del parametro reale $x \neq -1$ per cui la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n - n^2}{n + 3^n} \left(\frac{1 + x^2}{1 + x} \right)^n$$

è convergente.

2. (6 punti) Si determini l'insieme dei valori del parametro reale $x \neq 2$ per cui la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 - 3^n}{2^n - n} \left(\frac{1 + x^2}{2 - x} \right)^n$$

è convergente.

2. (6 punti) Si determini l'insieme dei valori del parametro reale $x \neq -2$ per cui la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n - 2^n}{n^2 + 3^n} \left(\frac{\frac{1}{2} + x^2}{2 + x} \right)^n$$

è convergente.

3. (6 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{4-x^2} \frac{1}{e^{2y} - e^y} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

3. (6 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{x^2 - 1} \frac{1}{2e^y - e^{2y}} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

3. (6 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{x^2 - 4} \frac{1}{e^y - 2e^{2y}} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

3. (6 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{1-x^2} \frac{1}{e^{2y} - \frac{1}{2}e^y} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$