

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di centro $x_0 = 0$ e di quarto grado della funzione

$$f(x) = \cos(\sin x) - \sin(2x^2).$$

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di centro $x_0 = 0$ e di quarto grado della funzione

$$f(x) = \sin(\log(1+x)) - \cos(3x^2).$$

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di centro $x_0 = 0$ e di quarto grado della funzione

$$f(x) = \sin(1 - e^x) - \cos(2x^2).$$

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di centro $x_0 = 0$ e di quarto grado della funzione

$$f(x) = \log(1 + \sin x) - \cos(3x^2).$$

2. (6 punti) Data la funzione così definita

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 9x & \text{se } x \leq \sqrt{3} \\ -6\sqrt{3}e^{\sqrt{3}-x} & \text{se } x > \sqrt{3}, \end{cases}$$

determinarne i limiti per $x \rightarrow \pm\infty$, gli eventuali punti angolosi, gli eventuali valori di massimo assoluto e di minimo assoluto, di massimo relativo e di minimo relativo e i punti in cui essi sono raggiunti, gli eventuali punti di flesso. Inoltre disegnarne qualitativamente il grafico (incluso crescita/decrecenza, convessità/concavità).

2. (6 punti) Data la funzione così definita

$$g(x) = \begin{cases} -x^3 + 9x & \text{se } x \leq \sqrt{3} \\ 6\sqrt{3}e^{\sqrt{3}-x} & \text{se } x > \sqrt{3}, \end{cases}$$

determinarne i limiti per $x \rightarrow \pm\infty$, gli eventuali punti angolosi, gli eventuali valori di massimo assoluto e di minimo assoluto, di massimo relativo e di minimo relativo e i punti in cui essi sono raggiunti, gli eventuali punti di flesso. Inoltre disegnarne qualitativamente il grafico (incluso crescita/decrecenza, convessità/concavità).

2. (6 punti) Data la funzione così definita

$$g(x) = \begin{cases} -x^3 + 9x & \text{se } x \geq -\sqrt{3} \\ -6\sqrt{3}e^{\sqrt{3}+x} & \text{se } x < -\sqrt{3}, \end{cases}$$

determinarne i limiti per $x \rightarrow \pm\infty$, gli eventuali punti angolosi, gli eventuali valori di massimo assoluto e di minimo assoluto, di massimo relativo e di minimo relativo e i punti in cui essi sono raggiunti, gli eventuali punti di flesso. Inoltre disegnarne qualitativamente il grafico (incluso crescita/decrecenza, convessità/concavità).

2. (6 punti) Data la funzione così definita

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 9x & \text{se } x \geq -\sqrt{3} \\ 6\sqrt{3}e^{\sqrt{3}+x} & \text{se } x < -\sqrt{3}, \end{cases}$$

determinarne i limiti per $x \rightarrow \pm\infty$, gli eventuali punti angolosi, gli eventuali valori di massimo assoluto e di minimo assoluto, di massimo relativo e di minimo relativo e i punti in cui essi sono raggiunti, gli eventuali punti di flesso. Inoltre disegnarne qualitativamente il grafico (incluso crescita/decrecenza, convessità/concavità).

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' = 2t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' = -2t \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' = -3t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' = 3t \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$