

1. (6 punti) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x - \log(1 + 2x^2)}{1 - \cos(2x^2)}.$$

1. (6 punti) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin^2 x + \log(1 - 3x^2)}{1 - \cos(3x^2)}.$$

1. (6 punti) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin^2 x - \log(1 + 4x^2)}{1 - \cos(3x^2)}.$$

1. (6 punti) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin^2 x + \log(1 - 5x^2)}{1 - \cos(2x^2)}.$$

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\log 2} \frac{1}{2e^x + e^{-x}} dx.$$

L'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{1}{2e^x + e^{-x}} dx$ è convergente? E in caso affermativo, qual è il suo valore?

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\log 3} \frac{1}{e^x + 3e^{-x}} dx.$$

L'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x + 3e^{-x}} dx$ è convergente? E in caso affermativo, qual è il suo valore?

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\log 2} \frac{1}{e^x + 2e^{-x}} dx.$$

L'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x + 2e^{-x}} dx$ è convergente? E in caso affermativo, qual è il suo valore?

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\log 3} \frac{1}{3e^x + e^{-x}} dx.$$

L'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{1}{3e^x + e^{-x}} dx$ è convergente? E in caso affermativo, qual è il suo valore?

3. (6 punti) Si determini per $t \geq 0$ la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -\frac{y(t)}{t+2} + e^{-2t} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Quindi si calcoli $\lim_{t \rightarrow +\infty} t y(t)$.

3. (6 punti) Si determini per $t \geq 0$ la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -\frac{y(t)}{t+3} + e^{-t} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Quindi si calcoli $\lim_{t \rightarrow +\infty} t y(t)$.

3. (6 punti) Si determini per $t \geq 0$ la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -\frac{y(t)}{t+3} + e^{-2t} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Quindi si calcoli $\lim_{t \rightarrow +\infty} t y(t)$.

3. (6 punti) Si determini per $t \geq 0$ la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -\frac{y(t)}{t+1} + e^{-3t} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Quindi si calcoli $\lim_{t \rightarrow +\infty} t y(t)$.