COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica 2

12 giugno 2017

Esercizio 1 (7 punti) Si considerino gli insiemi $A \subset \mathbf{R}^3$ e $B \subset \mathbf{R}^3$ definiti da $A := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \colon x + y + z = 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ e $B := A \cap \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \colon y \geq 1\}$.

1. Rappresentare graficamente entrambi gli insiemi.
2. Calcolare i punti di massimo assoluto e di minimo assoluto sull'insieme B della funzione $f(x, y, z) = x^2 + y^2/3 + z^2$.

Soluzione:

Esercizio 2 (7 punti)

1. Per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ il campo vettoriale $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ definito da:

$$F(x, y, z) = (2x \sin(yz) + 1, x^2 z \cos(yz) - \alpha yz, x^2 y \cos(yz) - y^\alpha)$$

   è conservativo?

2. Per ognuno dei valori di α calcolati al punto 1, determinare un potenziale U e calcolare inoltre il lavoro del corrispondente campo F lungo la curva di parametrizzazione $\gamma(t) = (\sin t, \cos t, 2t)$, $t \in [0, \pi]$.

Soluzione:

Esercizio 3 (8 punti)

Sia $V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid (x - z)^2 + y^2 \leq 4z^2, 0 \leq z \leq 1\}$. Si calcoli $\iiint_V (x + z)\, dxdydz$.

Soluzione:

Esercizio 4 (8 punti)

Si considerino il campo vettoriale $\vec{F}(x, y, z) = (0, z^2, z)$ e la superficie $S \subset \mathbf{R}^3$ definita da

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = \sqrt{x^2 + y^2}, \alpha \leq z \leq 4\alpha \right\},$$

dove α è un numero reale positivo. Si determini il valore di α in modo che il flusso di $\vec{F}$ attraverso S (scegliendo la normale che punti verso l'alto) valga π.

Soluzione: