CALCOLO 1		13 gennaio 2006
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'insieme dei valori del parametro $x > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{2^n + 3^n}$ è convergente è: $\boxed{a}$ $0 < x \leq \frac{2}{3}$; $\boxed{b}$ $0 < x < \frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $0 < x < 3$; $\boxed{d}$ $0 < x \leq \frac{1}{3}$.

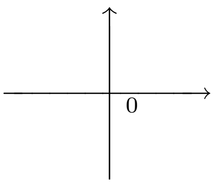
2. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = 2e^y - e^x \\ y(0) = 0 \ , \end{cases}$$
allora il suo polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro $x_0 = 0$) è: $\boxed{a}$ $x + \frac{3}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $x + x^2$; $\boxed{c}$ $x + \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $x - \frac{1}{2}x^2$.

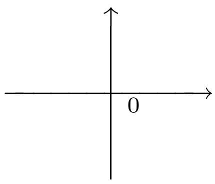
3. Sia $f(x)$ una funzione continua in $[a, b]$, strettamente crescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $(b-a)\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{b}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{c}$ $\int_a^b f(x)dx > f(b)(b-a)$; $\boxed{d}$ $\int_a^b f(x)dx > f(a)(b-a)$.

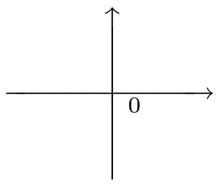
4. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{x^2} - 1}{x^\alpha \sin x} dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < -1$; $\boxed{b}$ $\alpha < 2$; $\boxed{c}$ $\alpha < 1$; $\boxed{d}$ $\alpha < 0$.

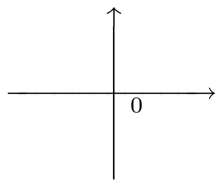
5. $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{\log(1+x) - x} =$ $\boxed{a}$ -6; $\boxed{b}$ $-1/6$; $\boxed{c}$ -12; $\boxed{d}$ -2.

6. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile due volte, con derivata seconda continua. Si abbia $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$ e $f''(0) = 0$, e sia $g(x) = \frac{f(x)-1}{f(x)+2}$. Allora il grafico di $g(x)$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

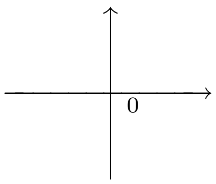
7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_0^1 x^2 f(2x)\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 tf(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 tf(t)\, dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t^2 f(t)\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t^2 f(t)\, dt$.

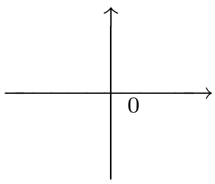
8. Sia $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$. Se $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ è convergente, quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (1 + a_n)$ è convergente; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1+a_n}{a_n}$ è convergente.

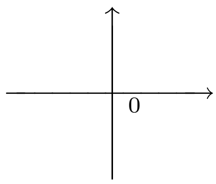
CALCOLO 1		13 gennaio 2006
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

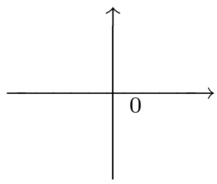
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile due volte, con derivata seconda continua. Si abbia $f(0) = -1$, $f'(0) = -1$ e $f''(0) = 0$, e sia $g(x) = \frac{f(x)+1}{f(x)-2}$. Allora il grafico di $g(x)$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

2. Sia $f(x)$ una funzione continua in $[a, b]$, strettamente decrescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{b}$ $\int_a^b f(x)dx > f(b)(b-a)$; $\boxed{c}$ $\int_a^b f(x)dx > f(a)(b-a)$; $\boxed{d}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $(b-a)\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$.

3. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x - 1}{x^\alpha \sin(x^3)}dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < 2$; $\boxed{b}$ $\alpha < 1$; $\boxed{c}$ $\alpha < 0$; $\boxed{d}$ $\alpha < -1$.

4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_0^1 x^5 f(x^2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t f(t)\,dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t^2 f(t)\,dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t^2 f(t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t f(t)\,dt$.

5. L'insieme dei valori del parametro $x > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2^n + 3^n)x^n}{n(n+1)}$ è convergente è: $\boxed{a}$ $0 < x < \frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $0 < x < 3$; $\boxed{c}$ $0 < x \leq \frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $0 < x \leq \frac{2}{3}$.

6. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -e^{3y} + 2e^x \\ y(0) = 0 \ , \end{cases}$$

allora il suo polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro $x_0 = 0$) è: $\boxed{a}$ $x + x^2$; $\boxed{b}$ $x + \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $x + \frac{3}{2}x^2$.

7. Sia $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$. Se $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ è convergente, quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{+\infty}(1 + a_n)$ è convergente; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{c}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1+a_n}{a_n}$ è convergente; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{1+a_n}$ è convergente.

8. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \operatorname{tg}(2x)}{\sin x - x} =$ $\boxed{a}$ $-1/6$; $\boxed{b}$ -12; $\boxed{c}$ -2; $\boxed{d}$ -6.

CALCOLO 1		13 gennaio 2006
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: $+1.5$. Risposta errata: -0.25.*

1. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -e^y + 2e^{2x} \\ y(0) = 0 \ , \end{cases}$$

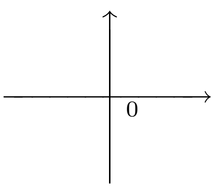
allora il suo polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro $x_0 = 0$) è: $\boxed{a}$ $x + \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $x + \frac{3}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $x + x^2$.

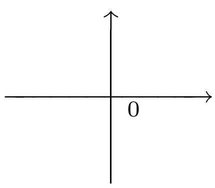
2. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x^\alpha \log(1+x^2)} dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < 1$; $\boxed{b}$ $\alpha < 0$; $\boxed{c}$ $\alpha < -1$; $\boxed{d}$ $\alpha < 2$.

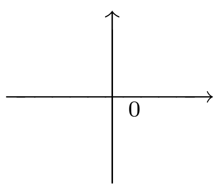
3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_0^1 x^3 f(2x^2)\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t^2 f(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t^2 f(t)\, dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t f(t)\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t f(t)\, dt$.

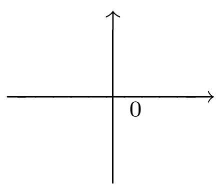
4. Sia $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$. Se $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} a_n$ è convergente, quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{b}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1+a_n}{a_n}$ è convergente; $\boxed{c}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{d}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} (1+a_n)$ è convergente.

5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile due volte, con derivata seconda continua. Si abbia $f(0) = 1$, $f'(0) = -1$ e $f''(0) = 0$, e sia $g(x) = \frac{f(x)-1}{f(x)+2}$. Allora il grafico di $g(x)$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. Sia $f(x)$ una funzione continua in $[a,b]$, strettamente crescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\int_a^b f(x)dx > f(b)(b-a)$; $\boxed{b}$ $\int_a^b f(x)dx > f(a)(b-a)$; $\boxed{c}$ esiste $\widehat{x} \in (a,b)$ tale che $(b-a)\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{d}$ esiste $\widehat{x} \in (a,b)$ tale che $\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$.

7. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x}{x \,\mathrm{tg}\,(x^2)} =$ $\boxed{a}$ -12; $\boxed{b}$ -2; $\boxed{c}$ -6; $\boxed{d}$ $-1/6$.

8. L'insieme dei valori del parametro $x > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(2x)^n}{2^n + 3^n}$ è convergente è: $\boxed{a}$ $0 < x < 3$; $\boxed{b}$ $0 < x \leq \frac{1}{3}$; $\boxed{c}$ $0 < x \leq \frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ $0 < x < \frac{3}{2}$.

CALCOLO 1		13 gennaio 2006
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: $+1.5$. Risposta errata: -0.25.*

1. Sia $f(x)$ una funzione continua in $[a,b]$, strettamente decrescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\int_a^b f(x)dx > f(a)(b-a)$; $\boxed{b}$ esiste $\widehat{x} \in (a,b)$ tale che $(b-a)\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{c}$ esiste $\widehat{x} \in (a,b)$ tale che $\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{d}$ $\int_a^b f(x)dx > f(b)(b-a)$.

2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_0^1 x^2 f(2x)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t^2 f(t)\,dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t f(t)\,dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t f(t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t^2 f(t)\,dt$.

3. Sia $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$. Se $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ è convergente, quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1+a_n}{a_n}$ è convergente; $\boxed{b}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{c}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}(1+a_n)$ è convergente; $\boxed{d}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ è convergente.

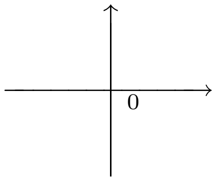
4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x \operatorname{tg} x}{\log(1+x)-x} =$ $\boxed{a}$ -2; $\boxed{b}$ -6; $\boxed{c}$ $-1/6$; $\boxed{d}$ -12.

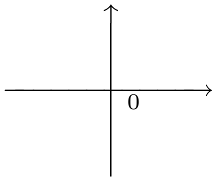
5. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = 2e^y - e^x \\ y(0) = 0 \ , \end{cases}$$
allora il suo polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro $x_0 = 0$) è: $\boxed{a}$ $x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $x + \frac{3}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $x + x^2$; $\boxed{d}$ $x + \frac{1}{2}x^2$.

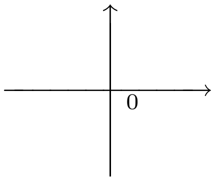
6. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{x^2}-1}{x^\alpha \sin x}dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < 0$; $\boxed{b}$ $\alpha < -1$; $\boxed{c}$ $\alpha < 2$; $\boxed{d}$ $\alpha < 1$.

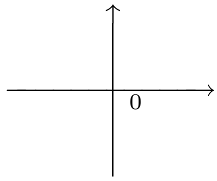
7. L'insieme dei valori del parametro $x > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{2^n + 3^n}$ è convergente è: $\boxed{a}$ $0 < x \leq \frac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $0 < x \leq \frac{2}{3}$; $\boxed{c}$ $0 < x < \frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $0 < x < 3$.

8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile due volte, con derivata seconda continua. Si abbia $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$ e $f''(0) = 0$, e sia $g(x) = \frac{f(x)-1}{f(x)+2}$. Allora il grafico di $g(x)$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

CALCOLO 1		13 gennaio 2006
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x - 1}{x^\alpha \sin(x^3)} dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < -1$; $\boxed{b}$ $\alpha < 2$; $\boxed{c}$ $\alpha < 1$; $\boxed{d}$ $\alpha < 0$.

2. Sia $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$. Se $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} a_n$ è convergente, quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{b}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} (1+a_n)$ è convergente; $\boxed{c}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{d}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1+a_n}{a_n}$ è convergente.

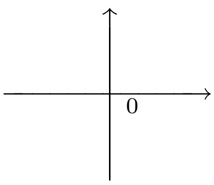
3. $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x^2 \operatorname{tg}(2x)}{\sin x - x} =$ $\boxed{a}$ -6; $\boxed{b}$ $-1/6$; $\boxed{c}$ -12; $\boxed{d}$ -2.

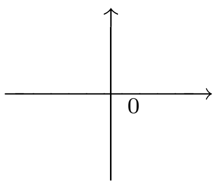
4. L'insieme dei valori del parametro $x > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2^n + 3^n)x^n}{n(n+1)}$ è convergente è: $\boxed{a}$ $0 < x \leq \frac{2}{3}$; $\boxed{b}$ $0 < x < \frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $0 < x < 3$; $\boxed{d}$ $0 < x \leq \frac{1}{3}$.

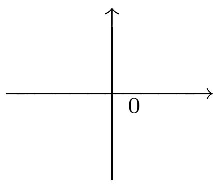
5. Sia $f(x)$ una funzione continua in $[a, b]$, strettamente crescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $(b-a) \int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{b}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{c}$ $\int_a^b f(x)dx > f(b)(b-a)$; $\boxed{d}$ $\int_a^b f(x)dx > f(a)(b-a)$.

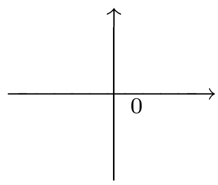
6. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_0^1 x^5 f(x^2)\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{8} \int_0^2 t f(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} \int_0^1 t f(t)\, dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{8} \int_0^2 t^2 f(t)\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2} \int_0^1 t^2 f(t)\, dt$.

7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile due volte, con derivata seconda continua. Si abbia $f(0) = -1$, $f'(0) = -1$ e $f''(0) = 0$, e sia $g(x) = \frac{f(x)+1}{f(x)-2}$. Allora il grafico di $g(x)$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -e^{3y} + 2e^x \\ y(0) = 0 \ , \end{cases}$$

allora il suo polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro $x_0 = 0$) è: $\boxed{a}$ $x + \frac{3}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $x + x^2$; $\boxed{c}$ $x + \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $x - \frac{1}{2}x^2$.

CALCOLO 1		13 gennaio 2006
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

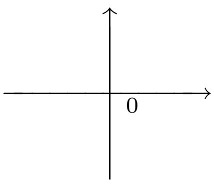
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: $+1.5$. Risposta errata: -0.25.*

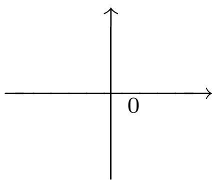
1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_0^1 x^3 f(2x^2)\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t f(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t^2 f(t)\, dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t^2 f(t)\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t f(t)\, dt$.

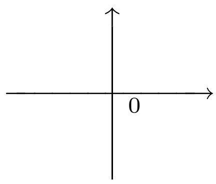
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x - x}{x \,\mathrm{tg}\,(x^2)} =$ $\boxed{a}$ $-1/6$; $\boxed{b}$ -12; $\boxed{c}$ -2; $\boxed{d}$ -6.

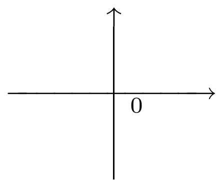
3. L'insieme dei valori del parametro $x > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(2x)^n}{2^n + 3^n}$ è convergente è: $\boxed{a}$ $0 < x < \frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $0 < x < 3$; $\boxed{c}$ $0 < x \le \frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $0 < x \le \frac{2}{3}$.

4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile due volte, con derivata seconda continua. Si abbia $f(0) = 1$, $f'(0) = -1$ e $f''(0) = 0$, e sia $g(x) = \frac{f(x)-1}{f(x)+2}$. Allora il grafico di $g(x)$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x^\alpha \log(1+x^2)} dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < 2$; $\boxed{b}$ $\alpha < 1$; $\boxed{c}$ $\alpha < 0$; $\boxed{d}$ $\alpha < -1$.

6. Sia $a_n > 0$ per ogni $n \ge 0$. Se $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ è convergente, quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}(1 + a_n)$ è convergente; $\boxed{b}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{c}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1+a_n}{a_n}$ è convergente; $\boxed{d}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{1+a_n}$ è convergente.

7. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -e^y + 2e^{2x} \\ y(0) = 0 \ , \end{cases}$$

allora il suo polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro $x_0 = 0$) è: $\boxed{a}$ $x + x^2$; $\boxed{b}$ $x + \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $x + \frac{3}{2}x^2$.

8. Sia $f(x)$ una funzione continua in $[a, b]$, strettamente decrescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{b}$ $\int_a^b f(x)dx > f(b)(b-a)$; $\boxed{c}$ $\int_a^b f(x)dx > f(a)(b-a)$; $\boxed{d}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $(b-a)\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$.

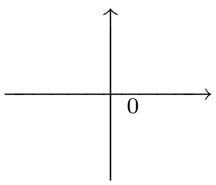
CALCOLO 1		13 gennaio 2006
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

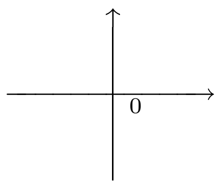
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: $+1.5$. Risposta errata: -0.25.*

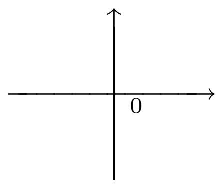
1. Sia $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$. Se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ è convergente, quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1+a_n}{a_n}$ è convergente; $\boxed{c}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} (1+a_n)$ è convergente.

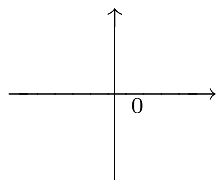
2. L'insieme dei valori del parametro $x > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{2^n + 3^n}$ è convergente è: $\boxed{a}$ $0 < x < 3$; $\boxed{b}$ $0 < x \leq \frac{1}{3}$; $\boxed{c}$ $0 < x \leq \frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ $0 < x < \frac{3}{2}$.

3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile due volte, con derivata seconda continua. Si abbia $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$ e $f''(0) = 0$, e sia $g(x) = \frac{f(x)-1}{f(x)+2}$. Allora il grafico di $g(x)$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2e^y - e^x \\ y(0) = 0 \ , \end{cases}$$

allora il suo polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro $x_0 = 0$) è: $\boxed{a}$ $x + \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $x + \frac{3}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $x + x^2$.

5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_0^1 x^2 f(2x)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t^2 f(t)\,dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t^2 f(t)\,dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t f(t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t f(t)\,dt$.

6. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{\log(1+x) - x} =$ $\boxed{a}$ -12; $\boxed{b}$ -2; $\boxed{c}$ -6; $\boxed{d}$ $-1/6$.

7. Sia $f(x)$ una funzione continua in $[a,b]$, strettamente crescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\int_a^b f(x)dx > f(b)(b-a)$; $\boxed{b}$ $\int_a^b f(x)dx > f(a)(b-a)$; $\boxed{c}$ esiste $\widehat{x} \in (a,b)$ tale che $(b-a)\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{d}$ esiste $\widehat{x} \in (a,b)$ tale che $\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$.

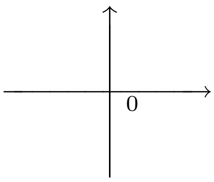
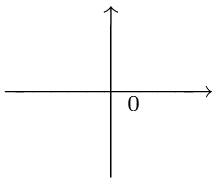
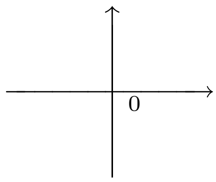
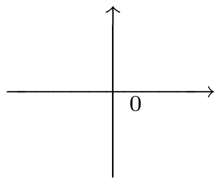
8. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{x^2}-1}{x^\alpha \sin x} dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < 1$; $\boxed{b}$ $\alpha < 0$; $\boxed{c}$ $\alpha < -1$; $\boxed{d}$ $\alpha < 2$.

CALCOLO 1		13 gennaio 2006
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: $+1.5$. Risposta errata: -0.25.*

1. $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^2 \operatorname{tg}(2x)}{\sin x - x} =$ $\boxed{a}$ -2; $\boxed{b}$ -6; $\boxed{c}$ $-1/6$; $\boxed{d}$ -12.

2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile due volte, con derivata seconda continua. Si abbia $f(0) = -1$, $f'(0) = -1$ e $f''(0) = 0$, e sia $g(x) = \frac{f(x)+1}{f(x)-2}$. Allora il grafico di $g(x)$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

3. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -e^{3y} + 2e^x \\ y(0) = 0 \ , \end{cases}$$

allora il suo polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro $x_0 = 0$) è: $\boxed{a}$ $x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $x + \frac{3}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $x + x^2$; $\boxed{d}$ $x + \frac{1}{2}x^2$.

4. Sia $f(x)$ una funzione continua in $[a, b]$, strettamente decrescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\int_a^b f(x)dx > f(a)(b-a)$; $\boxed{b}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $(b-a)\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{c}$ esiste $\widehat{x} \in (a, b)$ tale che $\int_a^b f(x)dx = f(\widehat{x})$; $\boxed{d}$ $\int_a^b f(x)dx > f(b)(b-a)$.

5. Sia $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$. Se $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ è convergente, quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1+a_n}{a_n}$ è convergente; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{1+a_n}$ è convergente; $\boxed{c}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} (1 + a_n)$ è convergente; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ è convergente.

6. L'insieme dei valori del parametro $x > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2^n + 3^n)x^n}{n(n+1)}$ è convergente è: $\boxed{a}$ $0 < x \leq \frac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $0 < x \leq \frac{2}{3}$; $\boxed{c}$ $0 < x < \frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $0 < x < 3$.

7. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x - 1}{x^\alpha \sin(x^3)} dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < 0$; $\boxed{b}$ $\alpha < -1$; $\boxed{c}$ $\alpha < 2$; $\boxed{d}$ $\alpha < 1$.

8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_0^1 x^5 f(x^2)\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t^2 f(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t f(t)\, dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_0^1 t f(t)\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 t^2 f(t)\, dt$.