

COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica II (Amb–Civ)
14 gennaio 2013

Esercizio 1 (8 punti) Fissato $r > 0$, calcolate il volume del cilindro troncato C così definito:

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid (x, y) \in Q, 0 \leq z \leq 2r - x, 0 \leq z \leq 3r + x\},$$

ove Q è il quadrato $Q = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid |x| + |y| \leq r\}$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 2 (7 punti) Data la funzione $f(x, y, z) = x - 3x^2 + 2y^2 + z^2 + 1$,

(i) si determinino i suoi punti stazionari, e si dica di che tipo sono;

(ii) si determinino il suo massimo assoluto e il suo minimo assoluto in

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 1\}.$$

Risultati:

--	--

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti) Dato il campo vettoriale $\vec{v}(x, y, z) = (-z, x, y)$,

(i) scegliendo un'orientazione a piacere, si determini il suo integrale curvilineo sulla frontiera della superficie $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, z = xy\}$;

(ii) si enunci il teorema del rotore (o teorema di Stokes);

(iii) si verifichi la sua validità calcolando direttamente l'integrale del flusso di $\text{rot } \vec{v}$ attraverso S .

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti) Si definiscono due variabili aleatorie W, Z a valori in $\{1, 2, \dots\}$ nel seguente modo: lanciando ripetutamente una moneta, si ottiene lo stesso risultato nei primi W tentativi, mentre si ha l'altro esito possibile per le Z volte successive. Sapendo che la moneta dà croce con probabilità p e testa con probabilità $q = 1 - p$, calcolare la legge congiunta e le leggi marginali (ossia la densità congiunta e le densità marginali) del vettore aleatorio (W, Z) , e determinare la speranza di W .

Risultati:

--	--	--

Calcoli: