

1. (6 punti)

Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - \sin x)^{\frac{1}{1 - \cos(3x)}} .$$

1. (6 punti)

Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + x \sin x)^{\frac{1}{x \sin(2x)}} .$$

1. (6 punti)

Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2e^{x^2} - \cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}} .$$

1. (6 punti)

Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2 \cos x - e^{x^2})^{\frac{1}{2x \sin x}} .$$

2. (6 punti)

Sia data la funzione $f(x) = e^{\frac{x^2}{x+1}}$. Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, motivando le risposte: insieme di definizione, limiti a $+\infty$ e $-\infty$ e negli eventuali punti di non definizione, segno, asintoti, crescita e decrescenza, limiti della derivata a $+\infty$ e $-\infty$ e negli eventuali punti di non definizione; **non** è richiesto lo studio di convessità/concavità].

2. (6 punti)

Sia data la funzione $f(x) = e^{\frac{x+1}{x+2}}$. Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, motivando le risposte: insieme di definizione, limiti a $+\infty$ e $-\infty$ e negli eventuali punti di non definizione, segno, asintoti, crescita e decrescenza, convessità e concavità].

2. (6 punti)

Sia data la funzione $f(x) = e^{\frac{x+3}{x+1}}$. Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, motivando le risposte: insieme di definizione, limiti a $+\infty$ e $-\infty$ e negli eventuali punti di non definizione, segno, asintoti, crescita e decrescenza, convessità e concavità].

2. (6 punti)

Sia data la funzione $f(x) = \frac{1}{x}e^{1/x}$. Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, motivando le risposte: insieme di definizione, limiti a $+\infty$ e $-\infty$ e negli eventuali punti di non definizione, segno, asintoti, crescita e decrescenza, limiti della derivata a $+\infty$ e $-\infty$ e negli eventuali punti di non definizione; **non** è richiesto lo studio di convessità/concavità].

3. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = -e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 . \end{cases}$$

3. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = -e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 . \end{cases}$$

3. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = e^{-2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 . \end{cases}$$

3. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' - 6y = -e^{-2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 . \end{cases}$$