CALCOLO I	16 febbraio 2004

1. (6 punti)
Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = \sin x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \ . \end{cases}$$

(1) Trovate la soluzione del problema di Cauchy.
(2) Dite, motivando la risposta, se la soluzione trovata ha limite per $x \to +\infty$.

CALCOLO I	16 febbraio 2004

1. (6 punti)
Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 5y = \cos x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \ . \end{cases}$$

(1) Trovate la soluzione del problema di Cauchy.
(2) Dite, motivando la risposta, se la soluzione trovata ha limite per $x \to +\infty$.

CALCOLO I	16 febbraio 2004

1. (6 punti)
Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = \cos x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \ . \end{cases}$$

(1) Trovate la soluzione del problema di Cauchy.
(2) Dite, motivando la risposta, se la soluzione trovata ha limite per $x \to +\infty$.

CALCOLO I	16 febbraio 2004

2. (6 punti)
Si calcoli il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\sin(x^3)}{e^{-x^2/2}-\cos x}\ .$$

CALCOLO I	16 febbraio 2004

2. (6 punti)
Si calcoli il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(2x) - e^{-2x^2}}{x^3 \sin x} \ .$$

CALCOLO I	16 febbraio 2004

2. (6 punti)
Si calcoli il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin(x^2)}{e^{-2x^2} - \cos(2x)} \ .$$

3. (6 punti)
Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 3 & \text{per } x \leq -1 \\ \dfrac{e^{-x} - 1}{e - 1} & \text{per } -1 \leq x \leq 0 \ . \end{cases}$$

(1) Trovare i punti e i valori di massimo e di minimo relativo di f in $(-\infty, 0]$.
(2) Trovare, se esistono, i punti e i valori di massimo e di minimo assoluto di f in $(-\infty, 0]$.

CALCOLO I	16 febbraio 2004

3. (6 punti)
Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{e - 1} & \text{per } 0 \le x \le 1 \\ x^2 - 3x + 3 & \text{per } x \ge 1\ . \end{cases}$$

(1) Trovare i punti e i valori di massimo e di minimo relativo di f in $[0, +\infty)$.
(2) Trovare, se esistono, i punti e i valori di massimo e di minimo assoluto di f in $[0, +\infty)$.

CALCOLO I	16 febbraio 2004

3. (6 punti)
Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - e^x}{e - 1} & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ -x^2 + 3x - 3 & \text{per } x \geq 1 \ . \end{cases}$$

(1) Trovare i punti e i valori di massimo e di minimo relativo di f in $[0, +\infty)$.
(2) Trovare, se esistono, i punti e i valori di massimo e di minimo assoluto di f in $[0, +\infty)$.