

1. (6 punti) Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4(e^{x^2} - 1) - \sin^2(2x)}{\cos(2x^2) - 1}$$

1. (6 punti) Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x^2) - 1}{3 \sin^2 x - e^{3x^2} + 1}$$

1. (6 punti) Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x - e^{2x^2} + 1}{1 - \cos(2x^2)}$$

1. (6 punti) Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x^2)}{3 \sin^2(2x) - 12(e^{x^2} - 1)}$$

2. (6 punti) Dati gli insiemi

$$Q_{1,t} = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq t, 0 \leq y \leq 2x^3\} \quad , \quad Q_{2,t} = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq t, 0 \leq y \leq x\} ,$$

siano rispettivamente  $V_1(t)$  e  $V_2(t)$  i volumi dei solidi ottenuti ruotando  $Q_{1,t}$  e  $Q_{2,t}$  attorno all'asse  $Y$ . Si calcoli il minimo della funzione  $K(t) = V_1(t) - V_2(t)$  per  $t \in [0, 1]$ .

2. (6 punti) Dati gli insiemi

$$Q_{1,t} = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq t, 0 \leq y \leq x^3\} \quad , \quad Q_{2,t} = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq t, 0 \leq y \leq \frac{x}{3} \right\} ,$$

siano rispettivamente  $V_1(t)$  e  $V_2(t)$  i volumi dei solidi ottenuti ruotando  $Q_{1,t}$  e  $Q_{2,t}$  attorno all'asse  $Y$ . Si calcoli il minimo della funzione  $K(t) = V_1(t) - V_2(t)$  per  $t \in [0, 1]$ .

2. (6 punti) Dati gli insiemi

$$Q_{1,t} = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq t, 0 \leq y \leq 2x^2\} \quad , \quad Q_{2,t} = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq t, 0 \leq y \leq x\} ,$$

siano rispettivamente  $V_1(t)$  e  $V_2(t)$  i volumi dei solidi ottenuti ruotando  $Q_{1,t}$  e  $Q_{2,t}$  attorno all'asse  $X$ . Si calcoli il minimo della funzione  $K(t) = V_1(t) - V_2(t)$  per  $t \in [0, 1]$ .

2. (6 punti) Dati gli insiemi

$$Q_{1,t} = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq t, 0 \leq y \leq x^2\} \quad , \quad Q_{2,t} = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq t, 0 \leq y \leq \frac{x}{3} \right\},$$

siano rispettivamente  $V_1(t)$  e  $V_2(t)$  i volumi dei solidi ottenuti ruotando  $Q_{1,t}$  e  $Q_{2,t}$  attorno all'asse  $X$ . Si calcoli il minimo della funzione  $K(t) = V_1(t) - V_2(t)$  per  $t \in [0, 1]$ .

3. (6 punti) (i) Si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2+y}{2y+1} \\ y(0) = -\frac{1}{4}. \end{cases}$$

(ii) Si determinino tutte le eventuali soluzioni costanti dell'equazione differenziale  $y' = \frac{y^2+y}{2y+1}$ .

3. (6 punti) (i) Si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - y}{2y - 1} \\ y(0) = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

(ii) Si determinino tutte le eventuali soluzioni costanti dell'equazione differenziale  $y' = \frac{y^2 - y}{2y - 1}$ .

3. (6 punti) (i) Si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2+2y}{2y+2} \\ y(0) = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

(ii) Si determinino tutte le eventuali soluzioni costanti dell'equazione differenziale  $y' = \frac{y^2+2y}{2y+2}$ .

3. (6 punti) (i) Si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2-2y}{2y-2} \\ y(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

(ii) Si determinino tutte le eventuali soluzioni costanti dell'equazione differenziale  $y' = \frac{y^2-2y}{2y-2}$ .