

1. (6 punti)

Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (3 + x^2)(1 + 4y^2) \\ y(0) = 1/2 . \end{cases}$$

- (1) Trovate la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy.
- (2) Dite, motivando la risposta, se esiste un valore $x_0 > 0$ per cui $y(x_0) = 1000$.

1. (6 punti)

Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (2 + x^2)(1 + 9y^2) \\ y(0) = 1/3 . \end{cases}$$

- (1) Trovate la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy.
- (2) Dite, motivando la risposta, se esiste un valore $x_0 > 0$ per cui $y(x_0) = 1000$.

1. (6 punti)

Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1 + x^2)(1 + 25y^2) \\ y(0) = 1/5 . \end{cases}$$

- (1) Trovate la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy.
- (2) Dite, motivando la risposta, se esiste un valore $x_0 > 0$ per cui $y(x_0) = 1000$.

2. (6 punti)

Tramite il principio di Cavalieri, si calcoli il volume del solido S

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 4, 1 - x \leq z \leq 1 - x^2\}.$$

2. (6 punti)

Tramite il principio di Cavalieri, si calcoli il volume del solido S

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 1 - x \leq z \leq 1 - x^4\}.$$

2. (6 punti)

Tramite il principio di Cavalieri, si calcoli il volume del solido S

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3, 1 - x \leq z \leq 1 - x^3\}.$$

3. (6 punti)

Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = x - \sin(2x) .$$

- (1) Disegnarne qualitativamente il grafico per $x \in [0, 2\pi]$.
- (2) Trovare i punti e i valori di massimo e di minimo assoluto di f in $[0, 2\pi]$.
- (3) Trovare, se esistono, i punti e i valori di massimo e di minimo assoluto di f in \mathbf{R} .

3. (6 punti)

Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = x + \cos(2x) .$$

- (1) Disegnarne qualitativamente il grafico per $x \in [0, 2\pi]$.
- (2) Trovare i punti e i valori di massimo e di minimo assoluto di f in $[0, 2\pi]$.
- (3) Trovare, se esistono, i punti e i valori di massimo e di minimo assoluto di f in \mathbf{R} .

3. (6 punti)

Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = x - \cos(2x) .$$

- (1) Disegnarne qualitativamente il grafico per $x \in [0, 2\pi]$.
- (2) Trovare i punti e i valori di massimo e di minimo assoluto di f in $[0, 2\pi]$.
- (3) Trovare, se esistono, i punti e i valori di massimo e di minimo assoluto di f in \mathbf{R} .