

1. (6 punti) Per quali valori di $x \in \mathbf{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)(x^2 + \frac{x}{2})^n}{n^2 \sqrt{n+1}}$$

converge assolutamente? Converge semplicemente? Non converge?

1. (6 punti) Per quali valori di $x \in \mathbf{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)(x^2-x)^n}{n^2+n}$$

converge assolutamente? Converge semplicemente? Non converge?

1. (6 punti) Per quali valori di $x \in \mathbf{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x^2 - \frac{x}{2})^n}{n^2 + 1}$$

converge assolutamente? Converge semplicemente? Non converge?

1. (6 punti) Per quali valori di $x \in \mathbf{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)(x^2+x)^n}{n^3+1}$$

converge assolutamente? Converge semplicemente? Non converge?

2. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (4 + 16y^2) \left(\frac{3}{4}x^2 - xe^{2x} \right) \\ y(0) = 0 . \end{cases}$$

2. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (3 + 27y^2)(xe^{3x} - 2x^2) \\ y(0) = 0 . \end{cases}$$

2. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (2 + 50y^2)(xe^{-2x} + 2x^4) \\ y(0) = 0 . \end{cases}$$

2. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (2 + 72y^2)(3x^3 - xe^{-3x}) \\ y(0) = 0 . \end{cases}$$

3. (6 punti)

Si disegni qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} (2x + 1) \log(2x + 1) & \text{per } x \geq 0 \\ 2x^3 + 9x^2 + 12x & \text{per } x < 0 \end{cases} .$$

In particolare, motivando le risposte: insieme di definizione, limiti a $+\infty$ e $-\infty$, eventuali asintoti obliqui, crescita e decrescenza, convessità e concavità, eventuale derivabilità in $x_0 = 0$, valore nei punti di massimo relativo e di minimo relativo.

3. (6 punti)

Si disegni qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} (3x + 1) \log(3x + 1) & \text{per } x \geq 0 \\ 4x^3 + 9x^2 + 6x & \text{per } x < 0 \end{cases} .$$

In particolare, motivando le risposte: insieme di definizione, limiti a $+\infty$ e $-\infty$, eventuali asintoti obliqui, crescita e decrescenza, convessità e concavità, eventuale derivabilità in $x_0 = 0$, valore nei punti di massimo relativo e di minimo relativo.

3. (6 punti)

Si disegni qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 9x^2 + 12x & \text{per } x \geq 0 \\ (1 - 3x) \log(1 - 3x) & \text{per } x < 0 \end{cases} .$$

In particolare, motivando le risposte: insieme di definizione, limiti a $+\infty$ e $-\infty$, eventuali asintoti obliqui, crescita e decrescenza, convessità e concavità, eventuale derivabilità in $x_0 = 0$, valore nei punti di massimo relativo e di minimo relativo.

3. (6 punti)

Si disegni qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 4x^3 - 9x^2 + 6x & \text{per } x \geq 0 \\ (1 - 2x) \log(1 - 2x) & \text{per } x < 0 \end{cases} .$$

In particolare, motivando le risposte: insieme di definizione, limiti a $+\infty$ e $-\infty$, eventuali asintoti obliqui, crescita e decrescenza, convessità e concavità, eventuale derivabilità in $x_0 = 0$, valore nei punti di massimo relativo e di minimo relativo.