

1. (9 punti) Calcolate il flusso uscente del campo $G(x, y, z) = (x, z, xy)$ attraverso il bordo dell'insieme

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1 + xy\},$$

- (1) con un calcolo diretto,
- (2) ricorrendo al teorema della divergenza.

2. (7 punti) Considerate il solido V ottenuto dalla rotazione completa attorno all'asse z dell'insieme

$$\{(x, z) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq z \leq 1 - x^4\}.$$

Trovate le coordinate del baricentro di V nell'ipotesi che la densità di massa sia $\delta(x, y, z) = z$.

3. (5 punti) Sia \mathbf{V} il campo vettoriale

$$\mathbf{V}(x, y) = \left(\frac{4x}{2x^2 + y^2}, \frac{2y}{2x^2 + y^2} \right)$$

definito in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.

- (1) Dite se \mathbf{V} è irrotazionale in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.
- (2) Dite se $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ è semplicemente connesso.
- (3) Trovate, se esiste, un potenziale di \mathbf{V} in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.