ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	21 luglio 2020

1. (6 punti) Si disegni qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2+x+2} & \text{per } x < 0 \\ \frac{x-x^2-2}{4(x-1)} & \text{per } x \geq 0\,,\ x \neq 1\,. \end{cases}$$

In particolare si determinino i limiti per $x \to +\infty$ e $x \to -\infty$, gli eventuali asintoti obliqui, la continuità, la derivabilità, la crescenza/decrescenza, gli eventuali punti e valori di massimo relativo e assoluto, di minimo relativo e assoluto. [Non è richiesto lo studio di convessità/concavità.]

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	21 luglio 2020

1. (6 punti) Si disegni qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+x^2+2}{4(x+1)} & \text{per } x \leq 0\,,\ x \neq -1 \\ \frac{1-x}{x^2-x+2} & \text{per } x > 0\,. \end{cases}$$

In particolare si determinino i limiti per $x \to +\infty$ e $x \to -\infty$, gli eventuali asintoti obliqui, la continuità, la derivabilità, la crescenza/decrescenza, gli eventuali punti e valori di massimo relativo e assoluto, di minimo relativo e assoluto. [Non è richiesto lo studio di convessità/concavità.]

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	21 luglio 2020

2. (6 punti) Sia $a \in [0,1)$ ed S_a il segmento che congiunge i punti $(a, \sqrt{1-a^2})$ e $(1,0)$.
(i) Determinare l'area della superficie ottenuta facendo ruotare S_a attorno all'asse verticale Y.
(ii) Determinare $a \in [0,1)$ in modo che tale area sia massima.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	21 luglio 2020

2. (6 punti) Sia $b \in [0,1)$ ed S_b il segmento che congiunge i punti $(b, \sqrt{1-b^2})$ e $(1,0)$.
(i) Determinare l'area della superficie ottenuta facendo ruotare S_b attorno all'asse orizzontale X.
(ii) Determinare $b \in [0,1)$ in modo che tale area sia massima.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	21 luglio 2020

3. (6 punti) Per $x > 0$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{x} y(x) + x \sin x \\ y(\pi) = \pi \,. \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	21 luglio 2020

3. (6 punti) Per $x > 0$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{1}{x} y(x) = \frac{1}{x} \cos x \\ y(\pi) = \pi \, . \end{cases}$$