

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di quarto grado con centro $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \log(1 - x^2 + \log(1 + x^2)) + \sin(\log(1 + x)) .$$

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di quarto grado con centro $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \sin(\log(1-x)) + \log(1-x^2 + \log(1+x^2)) .$$

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di quarto grado con centro $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \log(1 - x^2 + \log(1 + x^2)) + \sin(\log(1 + 2x)) .$$

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di quarto grado con centro $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \sin(\log(1 - 2x)) + \log(1 - x^2 + \log(1 + x^2)) .$$

2. (6 punti) Si disegni il grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \cos(4 \arctan x) & , x > 0 \\ xe^{-2x^2} & , x \leq 0. \end{cases}$$

In particolare, si determinino: limiti all'infinito, eventuali punti di discontinuità, crescita/decrecenza, convessità/concavità (solo per $x \leq 0$), eventuali punti di massimo (relativo o assoluto) o di minimo (relativo o assoluto).

2. (6 punti) Si disegni il grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(4 \arctan x) & , x > 0 \\ xe^{-8x^2} & , x \leq 0. \end{cases}$$

In particolare, si determinino: limiti all'infinito, eventuali punti di discontinuità, crescita/decrecenza, convessità/concavità (solo per $x \leq 0$), eventuali punti di massimo (relativo o assoluto) o di minimo (relativo o assoluto).

2. (6 punti) Si disegni il grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-8x^2} & , x \geq 0 \\ \cos(4 \arctan x) & , x < 0. \end{cases}$$

In particolare, si determinino: limiti all'infinito, eventuali punti di discontinuità, crescita/decrecenza, convessità/concavità (solo per $x \geq 0$), eventuali punti di massimo (relativo o assoluto) o di minimo (relativo o assoluto).

2. (6 punti) Si disegni il grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-2x^2} & , x \geq 0 \\ \sin(4 \arctan x) & , x < 0. \end{cases}$$

In particolare, si determinino: limiti all'infinito, eventuali punti di discontinuità, crescita/decrecenza, convessità/concavità (solo per $x \geq 0$), eventuali punti di massimo (relativo o assoluto) o di minimo (relativo o assoluto).

3. (6 punti) (i) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 3y(x) = \cos x \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

(ii) Si determini α in modo che la soluzione sia periodica.

3. (6 punti) (i) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 5y(x) = \sin x \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

(ii) Si determini α in modo che la soluzione sia periodica.

3. (6 punti) (i) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - 4y(x) = \cos x \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

(ii) Si determini α in modo che la soluzione sia periodica.

3. (6 punti) (i) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - 2y(x) = \sin x \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

(ii) Si determini α in modo che la soluzione sia periodica.