

1. (6 punti) Si determini l'insieme dei valori dei parametri $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^{\frac{2}{3}} + x^\alpha}{(x^2 + x - 2)^\beta} dx$$

è convergente. In particolare, si espliciti una coppia di valori $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio è convergente.

1. (6 punti) Si determini l'insieme dei valori dei parametri $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x} + x^\alpha}{(x^2 + 2x - 3)^\beta} dx$$

è convergente. In particolare, si espliciti una coppia di valori $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio è convergente.

1. (6 punti) Si determini l'insieme dei valori dei parametri $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^{\frac{1}{3}} + x^\alpha}{(x^2 + 3x - 4)^{2\beta}} dx$$

è convergente. In particolare, si espliciti una coppia di valori $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio è convergente.

1. (6 punti) Si determini l'insieme dei valori dei parametri $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^{\frac{1}{4}} + x^\alpha}{(x^2 + 4x - 5)^{2\beta}} dx$$

è convergente. In particolare, si espliciti una coppia di valori $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio è convergente.

2. (6 punti) Si determinino eventuali punti di massimo (relativo o assoluto) o di minimo (relativo o assoluto) della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 6 & , x \leq -2 \\ \frac{e^x}{x+2} & , x > -2. \end{cases}$$

Se ne disegni inoltre il grafico qualitativo (limiti all'infinito, eventuali punti di discontinuità, crescita/decrecenza; non sono richiesti lo studio della convessità/concavità e la determinazione dei valori di massimo o di minimo).

2. (6 punti) Si determinino eventuali punti di massimo (relativo o assoluto) o di minimo (relativo o assoluto) della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3x^2 - x^3 - 6 & , x \geq 2 \\ \frac{e^{-x}}{2-x} & , x < 2. \end{cases}$$

Se ne disegni inoltre il grafico qualitativo (limiti all'infinito, eventuali punti di discontinuità, crescita/decrecenza; non sono richiesti lo studio della convessità/concavità e la determinazione dei valori di massimo o di minimo).

2. (6 punti) Si determinino eventuali punti di massimo (relativo o assoluto) o di minimo (relativo o assoluto) della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 2x - 4 - x^3 & , x \geq 1 \\ \frac{e^{-x}}{1-x} & , x < 1. \end{cases}$$

Se ne disegni inoltre il grafico qualitativo (limiti all'infinito, eventuali punti di discontinuità, crescita/decrecenza; non sono richiesti lo studio della convessità/concavità e la determinazione dei valori di massimo o di minimo).

2. (6 punti) Si determinino eventuali punti di massimo (relativo o assoluto) o di minimo (relativo o assoluto) della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x^2 - 2x - 4 & , x \leq -1 \\ \frac{e^x}{1+x} & , x > -1. \end{cases}$$

Se ne disegni inoltre il grafico qualitativo (limiti all'infinito, eventuali punti di discontinuità, crescita/decrecenza; non sono richiesti lo studio della convessità/concavità e la determinazione dei valori di massimo o di minimo).

3. (6 punti) (i) Determinare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' - 2y' + 2y = \cos x .$$

(ii) Determinare le eventuali soluzioni tali che $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0$.

(iii) Sia y la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione con dati $y(\frac{\pi}{4}) = y'(\frac{\pi}{4}) = 0$. Calcolare $y'''(\frac{\pi}{4})$.

3. (6 punti) (i) Determinare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' - 2y' + 2y = \sin x .$$

(ii) Determinare le eventuali soluzioni tali che $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0$.

(iii) Sia y la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione con dati $y(\frac{\pi}{4}) = y'(\frac{\pi}{4}) = 0$.
Calcolare $y'''(\frac{\pi}{4})$.

3. (6 punti) (i) Determinare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' + 2y = \cos x .$$

(ii) Determinare le eventuali soluzioni tali che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$.

(iii) Sia y la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione con dati $y(\frac{\pi}{4}) = y'(\frac{\pi}{4}) = 0$. Calcolare $y'''(\frac{\pi}{4})$.

3. (6 punti) (i) Determinare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' + 2y = \sin x .$$

(ii) Determinare le eventuali soluzioni tali che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$.

(iii) Sia y la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione con dati $y(\frac{\pi}{4}) = y'(\frac{\pi}{4}) = 0$.
Calcolare $y'''(\frac{\pi}{4})$.