

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(3x) - 3x^2 \operatorname{tg}(e^x - 1)}{1 - \cos(x^2) + \sin^2(x^2)}.$$

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{4} \sin(2x^2) - 1 + \cos x}{2x^2 \sin(e^x - 1) - x^2 \operatorname{tg}(2x)}.$$

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(e^{2x} - 1) - x \sin(2x^2)}{1 - \cos(2x^2) - \sin^2(x^2)}.$$

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \frac{1}{6} \sin(3x^2)}{x^2 \operatorname{tg}(e^{2x} - 1) - 2x \sin(x^2)}.$$

2. (6 punti) (i) Per ciascuna delle serie qui sotto definite si determinino tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui essa converge:

$$(A) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^{n+1}} \left(\frac{3x^2 + e^x}{x^2 + 1} \right)^n, \quad (B) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^{n(n+2)}} \left(\frac{3x^2 + e^x}{x^2 + 1} \right)^n.$$

(ii) Si calcoli la somma della serie (A) per $x = 0$ e la somma della serie (B) per $x = 0$.

2. (6 punti) (i) Per ciascuna delle serie qui sotto definite si determinino tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui essa converge:

$$(A) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} \left(\frac{2x^2 + e^x}{x^2 + 1} \right)^n, \quad (B) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n(n+2)} \left(\frac{2x^2 + e^x}{x^2 + 1} \right)^n.$$

(ii) Si calcoli la somma della serie (A) per $x = 0$ e la somma della serie (B) per $x = 0$.

2. (6 punti) (i) Per ciascuna delle serie qui sotto definite si determinino tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui essa converge:

$$(A) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^{n+1}} \left(\frac{4x^2 + e^x}{x^2 + 1} \right)^n, \quad (B) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n(n+2)} \left(\frac{4x^2 + e^x}{x^2 + 1} \right)^n.$$

(ii) Si calcoli la somma della serie (A) per $x = 0$ e la somma della serie (B) per $x = 0$.

2. (6 punti) (i) Per ciascuna delle serie qui sotto definite si determinino tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui essa converge:

$$(A) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^{n+1}} \left(\frac{5x^2 + e^x}{x^2 + 1} \right)^n, \quad (B) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n(n+2)} \left(\frac{5x^2 + e^x}{x^2 + 1} \right)^n.$$

(ii) Si calcoli la somma della serie (A) per $x = 0$ e la somma della serie (B) per $x = 0$.

3. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' = -2e^{-3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha; \end{cases}$$

si determini quindi per quale valore di α si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$.

3. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' = -3e^{-2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha; \end{cases}$$

si determini quindi per quale valore di α si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$.

3. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' = 2e^{3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha; \end{cases}$$

si determini quindi per quale valore di α si ha $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0$.

3. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' = 3e^{2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha; \end{cases}$$

si determini quindi per quale valore di α si ha $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0$.