

1. (6 punti) Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(3x) + 9 \log(1 - x^2)}{(e^{3x} - 1)^2 (1 - \cos(2x))}.$$

1. (6 punti) Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x) + 4(e^{-x^2} - 1)}{\log^2(1 + 3x)(1 - \cos(2x))}.$$

1. (6 punti) Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(3x) + 9(e^{-x^2} - 1)}{\log^2(1 + 2x)(1 - \cos(3x))}.$$

1. (6 punti) Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x) + 4 \log(1 - x^2)}{(e^{2x} - 1)^2 (1 - \cos(3x))}.$$

**2. (6 punti)** Si disegni il grafico qualitativo della funzione  $f(x) = \log \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$ . In particolare, si determinino: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, regioni di crescita/decrecenza, regioni di convessità/concavità, eventuali punti di massimo (locale o assoluto) o di minimo (locale o assoluto). Infine per ogni valore del parametro  $k \in \mathbf{R}$  si stabilisca quante sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

**2. (6 punti)** Si disegni il grafico qualitativo della funzione  $f(x) = \log \left| \frac{2-x}{2+x} \right|$ . In particolare, si determinino: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, regioni di crescita/decrecenza, regioni di convessità/concavità, eventuali punti di massimo (locale o assoluto) o di minimo (locale o assoluto). Infine per ogni valore del parametro  $k \in \mathbf{R}$  si stabilisca quante sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

**2. (6 punti)** Si disegni il grafico qualitativo della funzione  $f(x) = \log \left| \frac{1-2x}{1+2x} \right|$ . In particolare, si determinino: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, regioni di crescita/decrecenza, regioni di convessità/concavità, eventuali punti di massimo (locale o assoluto) o di minimo (locale o assoluto). Infine per ogni valore del parametro  $k \in \mathbf{R}$  si stabilisca quante sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

**2. (6 punti)** Si disegni il grafico qualitativo della funzione  $f(x) = \log \left| \frac{1+3x}{1-3x} \right|$ . In particolare, si determinino: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, regioni di crescita/decrecenza, regioni di convessità/concavità, eventuali punti di massimo (locale o assoluto) o di minimo (locale o assoluto). Infine per ogni valore del parametro  $k \in \mathbf{R}$  si stabilisca quante sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

**3. (6 punti)** (i) Si determinino tutte le soluzioni  $y(x)$  dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{x}{1 + (x^2 + 3)^2} y(x) + \frac{x}{1 + (x^2 + 3)^2}.$$

ii) Le soluzioni sono limitate? [Si motivi la risposta.]

iii) Si determinino tutte le soluzioni tali che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ .

3. (6 punti) (i) Si determinino tutte le soluzioni  $y(x)$  dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{x^2}{1 + (x^3 + 5)^2} y(x) + \frac{x^2}{1 + (x^3 + 5)^2}.$$

ii) Le soluzioni sono limitate? [Si motivi la risposta.]

iii) Si determinino tutte le soluzioni tali che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ .

3. (6 punti) (i) Si determinino tutte le soluzioni  $y(x)$  dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{x^3}{1 + (x^4 + 2)^2}y(x) + \frac{x^3}{1 + (x^4 + 2)^2}.$$

ii) Le soluzioni sono limitate? [Si motivi la risposta.]

iii) Si determinino tutte le soluzioni tali che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ .

3. (6 punti) (i) Si determinino tutte le soluzioni  $y(x)$  dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{x^4}{1 + (x^5 + 1)^2} y(x) + \frac{x^4}{1 + (x^5 + 1)^2}.$$

ii) Le soluzioni sono limitate? [Si motivi la risposta.]

iii) Si determinino tutte le soluzioni tali che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ .