1. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt{1-y^2}\,(1+x^2) \\ y(0) = 0 \ . \end{cases}$$

Si dica inoltre, motivando la risposta, se la soluzione è definita su tutta la semiretta $[0, +\infty)$.

1. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{e^x + 2x}{1 + 2y} \\ y(0) = 1 \ . \end{cases}$$

Si dica inoltre, motivando la risposta, se la soluzione è definita su tutta la semiretta $[0, +\infty)$.

1. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1-x^2}{e^{2y}} \\ y(0) = 0 \ . \end{cases}$$

Si dica inoltre, motivando la risposta, se la soluzione è definita su tutta la semiretta $[0, +\infty)$.

1. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1+y^2)\,(e^x - 1) \\ y(0) = 1 \ . \end{cases}$$

Si dica inoltre, motivando la risposta, se la soluzione è definita su tutta la semiretta $[0, +\infty)$.

1. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^y \,(x + x^2) \\ y(0) = 0 \ . \end{cases}$$

Si dica inoltre, motivando la risposta, se la soluzione è definita su tutta la semiretta $[0, +\infty)$.

1. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y^2\,(x^3 - 1) \\ y(0) = 1\ . \end{cases}$$

Si dica inoltre, motivando la risposta, se la soluzione è definita su tutta la semiretta $[0, +\infty)$.

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_1^2 \frac{x^3+2}{x^2+2x}\, dx \ .$$

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_{-1}^{0} \frac{2x^3 - 1}{x^2 - 3x + 2}\, dx \ .$$

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_2^3 \frac{3-x^3}{x^2+2x-3}\, dx \ .$$

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_1^2 \frac{4+x^3}{x^2+3x}\,dx\ .$$

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x^3 - 3}{x^2 - 2x - 3}\, dx \ .$$

2. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_2^3 \frac{3x^3+1}{x^2+x-2}\,dx\ .$$

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)\, e^{-2x}\ .$$

(1) Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, crescenza e decrescenza, convessità e concavità].

(2) Si dica inoltre, motivando la risposta, se l'integrale improprio $\int_2^{+\infty} f(x)\, dx$ è convergente, divergente o indeterminato.

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - 4x + 3)\, e^{-x} \ .$$

(1) Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, crescenza e decrescenza, convessità e concavità].
(2) Si dica inoltre, motivando la risposta, se l'integrale improprio $\int_3^{+\infty} f(x)\, dx$ è convergente, divergente o indeterminato.

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - 2x)\, e^{-3x} \ .$$

(1) Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, crescenza e decrescenza, convessità e concavità].

(2) Si dica inoltre, motivando la risposta, se l'integrale improprio $\int_2^{+\infty} f(x)\, dx$ è convergente, divergente o indeterminato.

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - 5x + 4)\, e^{-2x} \ .$$

(1) Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, crescenza e decrescenza, convessità e concavità].
(2) Si dica inoltre, motivando la risposta, se l'integrale improprio $\int_4^{+\infty} f(x)\, dx$ è convergente, divergente o indeterminato.

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - 5x + 6)\, e^{-x} \ .$$

(1) Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, crescenza e decrescenza, convessità e concavità].

(2) Si dica inoltre, motivando la risposta, se l'integrale improprio $\int_3^{+\infty} f(x)\, dx$ è convergente, divergente o indeterminato.

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - x - 2)\, e^{-2x} \ .$$

(1) Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare, crescenza e decrescenza, convessità e concavità].

(2) Si dica inoltre, motivando la risposta, se l'integrale improprio $\int_2^{+\infty} f(x)\, dx$ è convergente, divergente o indeterminato.