

COGNOME  NOME  Matr.

Analisi Matematica II (Amb–Civ)  
6 febbraio 2013

- Esercizio 1** (7 punti) Dato il campo vettoriale  $\vec{v}(x, y) = (2xy + x^3y - \frac{1}{3}xy^3, x^2 - y^2)$ ,
- (i) si determini una funzione  $f(x, y) > 0$  in modo tale che il campo vettoriale  $f\vec{v}$  sia irrotazionale, cioè abbia le derivate incrociate uguali [è utile ricordare che  $(\log f)' = f'/f$ ];
  - (ii) si spieghi se i risultati teorici garantiscono che  $f\vec{v}$  sia conservativo;
  - (iii) se possibile, si determini un potenziale di  $f\vec{v}$ .

Risultati:

Calcoli:

**Esercizio 2** (8 punti) Sia data la funzione  $f(x, y) = y(2 - x)(2y - x)$ .

(i) Si determinino i suoi punti stazionari, e si dica di che tipo sono;

(ii) si determinino il suo massimo assoluto e il suo minimo assoluto nell'insieme

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}.$$

Risultati:

Calcoli:

**Esercizio 3** (8 punti) Dato il campo vettoriale  $\vec{v}(x, y, z) = (x - z, y^2 - 1, z + x^2)$ ,  
(i) si calcoli l'integrale della divergenza di  $\vec{v}$  in  $K$ , ove

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq z \leq y - x^2, 0 \leq y \leq 1\};$$

(ii) si enunci sinteticamente il teorema della divergenza;

(iii) si verifichi la sua validità calcolando direttamente il flusso uscente di  $\vec{v}$  attraverso il bordo di  $K$ .

Risultato:

Calcoli:

**Esercizio 4** (7 punti) Si effettuano 3 estrazioni senza reimmissione da un salvadanaio contenente 3 monete da 1 euro e  $n - 3$  monete da 2 euro (con  $n \geq 4$ ). Si indichi con  $X_j$  il guadagno ricavato nella  $j$ -esima estrazione,  $j = 1, 2, 3$ . Determinare la probabilità che la terza moneta estratta sia da un euro, ovvero  $P(X_3 = 1)$ . Dire se tale probabilità coincide con  $P(X_2 = 1)$ . Calcolare la speranza di  $X_2 + X_3$ .

Risultati:

--	--	--

Calcoli: