

COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica II (Amb-Civ)
6 febbraio 2013

Esercizio 1 (7 punti) Dato il campo vettoriale $\vec{v}(x, y) = (y^2 - x^2, 2xy + xy^3 - \frac{1}{3}x^3y)$,

- (i) si determini una funzione $g(y) > 0$ in modo tale che il campo vettoriale $g\vec{v}$ sia irrotazionale, cioè abbia le derivate incrociate uguali [è utile ricordare che $(\log g)' = g'/g$];
- (ii) si spieghi se i risultati teorici garantiscono che $g\vec{v}$ sia conservativo;
- (iii) se possibile, si determini un potenziale di $g\vec{v}$.

Risultati:

Calcoli:

Esercizio 2 (8 punti) Sia data la funzione $f(x, y) = x(3 - y)(3x - y)$.

(i) Si determinino i suoi punti stazionari, e si dica di che tipo sono;

(ii) si determinino il suo massimo assoluto e il suo minimo assoluto nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3\}.$$

Risultati:

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti) Dato il campo vettoriale $\vec{v}(x, y, z) = (x^2 - 1, y - z, z + y^2)$,
(i) si calcoli l'integrale della divergenza di \vec{v} in Q , ove

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid 0 \leq z \leq x - y^2, 0 \leq x \leq 1\};$$

(ii) si enunci sinteticamente il teorema della divergenza;

(iii) si verifichi la sua validità calcolando direttamente il flusso uscente di \vec{v} attraverso il bordo di Q .

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti) Da una cassaforte contenente 4 banconote da 1 dollaro e n banconote da 2 dollari (con $n \geq 1$) si effettuano 4 estrazioni senza reimmissione. Si indichi con Y_j il guadagno ricavato nella j -esima estrazione, $j = 1, 2, 3, 4$. Determinare la probabilità che la quarta banconota estratta sia da un dollaro, ovvero $P(Y_4 = 1)$. Dire se tale probabilità è diversa da $P(Y_3 = 1)$. Calcolare la speranza di $Y_3 + Y_4$.

Risultati:

--	--	--

Calcoli: