

COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica 2
7 settembre 2018

Esercizio 1. (7 punti) Determinare, se esistono, massimo assoluto e minimo assoluto in \mathbf{R}^2 della funzione

$$f(x, y) = \left(x^2 + y^2 + \frac{1}{4}\right) \log \left(x^2 + y^2 + \frac{1}{4}\right) - 1.$$

Determinare inoltre, se esistono, massimo assoluto e minimo assoluto di f in

$$C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

Soluzione:

Esercizio 2. (7 punti) Determinare il valore di $\beta \in \mathbf{R}$ per cui il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = (x^2 + 4y, y^2 + 2\beta x)$$

è conservativo. Per tale valore di β determinare tutti i potenziali di \vec{F} . Calcolare inoltre, **per ogni valore di $\beta \in \mathbf{R}$** , il lavoro di \vec{F} lungo la curva γ data dall'arco di circonferenza di centro $(0, 0)$ e congiungente, nell'ordine, i punti $(-1, 0)$ e $(0, -1)$ (cioè calcolare $\int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r}$).

Soluzione:

Esercizio 3. (8 punti) Sia $a \in (0, 1)$ e sia V_a il solido racchiuso dalle due superfici

$$S_a = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = \frac{1-a}{a}(x^2+y^2), 0 \leq z \leq 1-a\}, T_a = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = 1-x^2-y^2, 1-a \leq z \leq 1\}.$$

Si determini il valore del parametro a per cui il volume di V_a è uguale al volume di un cono di altezza 1 e avente per base un'ellisse di semiassi 3 e 1.

Soluzione:

Esercizio 4. (8 punti) Si calcoli il flusso $\iint_T \vec{v} \cdot \vec{n} dS$ del campo vettoriale $\vec{v}(x, y, z) = (x, 3y, z)$ attraverso il triangolo piano T di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$ (scegliendo la normale che punti verso l'alto).

Soluzione: