

1. (6 punti) Disegnare il grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x-1}{x+1} & \text{per } x < 0 \\ x^2 - x - 1 + x^3 & \text{per } x \geq 0. \end{cases}$$

In particolare si determinino dominio, limiti, eventuali asintoti obliqui, crescita e decrescenza, eventuali punti e valori di massimo relativo, di minimo relativo, di massimo assoluto e di minimo assoluto, eventuali punti di non derivabilità, concavità e convessità.

1. (6 punti) Disegnare il grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 - x^3 & \text{per } x \leq 0 \\ \frac{x^2 - 3x - 1}{1 - x} & \text{per } x > 0. \end{cases}$$

In particolare si determinino dominio, limiti, eventuali asintoti obliqui, crescita e decrescenza, eventuali punti e valori di massimo relativo, di minimo relativo, di massimo assoluto e di minimo assoluto, eventuali punti di non derivabilità, concavità e convessità.

1. (6 punti) Disegnare il grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x-2}{2x+1} & \text{per } x < 0 \\ x^3 - 3x - 2 & \text{per } x \geq 0. \end{cases}$$

In particolare si determinino dominio, limiti, eventuali asintoti obliqui, crescita e decrescenza, eventuali punti e valori di massimo relativo, di minimo relativo, di massimo assoluto e di minimo assoluto, eventuali punti di non derivabilità, concavità e convessità.

1. (6 punti) Disegnare il grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 - x^3 & \text{per } x \leq 0 \\ \frac{x^2 - 2x - 2}{1 - 2x} & \text{per } x > 0. \end{cases}$$

In particolare si determinino dominio, limiti, eventuali asintoti obliqui, crescita e decrescenza, eventuali punti e valori di massimo relativo, di minimo relativo, di massimo assoluto e di minimo assoluto, eventuali punti di non derivabilità, concavità e convessità.

2. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha > 0$, si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\sin\left(\frac{2}{x}\right) - \frac{2}{x} + \frac{4}{3x^3}\right) \log\left(2 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)}{e^{1/x^\alpha} - 1 - \frac{1}{x^{7/2}}}.$$

2. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha > 0$, si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{1/x^\alpha} - 1 - \frac{1}{x^{7/2}}}{\left(\sin\left(\frac{2}{x}\right) - \frac{2}{x} + \frac{4}{3x^3}\right) \log\left(2 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)}.$$

2. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha > 0$, si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(e^{1/x^\alpha} - 1 - \frac{1}{x^{3/2}}\right) \log\left(2 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)}{\sin\left(\frac{2}{x}\right) - \frac{2}{x} + \frac{4}{3x^3}}.$$

2. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha > 0$, si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\frac{2}{x}\right) - \frac{2}{x} + \frac{4}{3x^3}}{\left(e^{1/x^\alpha} - 1 - \frac{1}{x^{3/2}}\right) \log\left(2 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)}.$$

3. (6 punti) Determinare, per x “vicino” a 0, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sin(2x)\sqrt{2-y^2} \\ y(0) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}. \end{cases}$$

3. (6 punti) Determinare, per x “vicino” a $\frac{\pi}{6}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \cos(3x)\sqrt{3-y^2} \\ y(\frac{\pi}{6}) = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

3. (6 punti) Determinare, per x “vicino” a 0, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{2x} \sqrt{4 - y^2} \\ y(0) = \sqrt{3}. \end{cases}$$

3. (6 punti) Determinare, per x “vicino” a 0, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{3x} \sqrt{5 - y^2} \\ y(0) = \frac{\sqrt{5}}{2}. \end{cases}$$