ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	8 luglio 2015

1. (6 punti) Sia $a \in \mathbf{R}$, e si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)\log\left((x-1)^3\right) & \text{se } x > 1 \\ 2\arctan\left((x-1)^3\right) + a & \text{se } x \leq 1\,. \end{cases}$$

(i) Per $a = 1$, determinare gli eventuali massimi e minimi relativi, massimi e minimi assoluti su tutto $\mathbf{R}$ e i punti in cui essi sono raggiunti, e disegnare qualitativamente il grafico di f.
(ii) Determinare tutti gli eventuali valori di $a \in \mathbf{R}$ per cui f risulti continua su $\mathbf{R}$.
(iii) Determinare tutti gli eventuali valori di $a \in \mathbf{R}$ per cui f abbia minimo assoluto su $\mathbf{R}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	8 luglio 2015

1. (6 punti) Sia $a \in \mathbf{R}$, e si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (1-x)\log\left((x-1)^3\right) & \text{se } x > 1 \\ 2\arctan\left((1-x)^3\right) + a & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

(i) Per $a = -1$, determinare gli eventuali massimi e minimi relativi, massimi e minimi assoluti su tutto $\mathbf{R}$ e i punti in cui essi sono raggiunti, e disegnare qualitativamente il grafico di f.
(ii) Determinare tutti gli eventuali valori di $a \in \mathbf{R}$ per cui f risulti continua su $\mathbf{R}$.
(iii) Determinare tutti gli eventuali valori di $a \in \mathbf{R}$ per cui f abbia massimo assoluto su $\mathbf{R}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	8 luglio 2015

1. (6 punti) Sia $a \in \mathbf{R}$, e si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (1-x)\log\left((1-x)^3\right) & \text{se } x < 1 \\ 2\arctan\left((1-x)^3\right) + a & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

(i) Per $a = 1$, determinare gli eventuali massimi e minimi relativi, massimi e minimi assoluti su tutto $\mathbf{R}$ e i punti in cui essi sono raggiunti, e disegnare qualitativamente il grafico di f.
(ii) Determinare tutti gli eventuali valori di $a \in \mathbf{R}$ per cui f risulti continua su $\mathbf{R}$.
(iii) Determinare tutti gli eventuali valori di $a \in \mathbf{R}$ per cui f abbia minimo assoluto su $\mathbf{R}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	8 luglio 2015

1. (6 punti) Sia $a \in \mathbf{R}$, e si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)\log\left((1-x)^3\right) & \text{se } x < 1 \\ 2\arctan\left((x-1)^3\right) + a & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

(i) Per $a = -1$, determinare gli eventuali massimi e minimi relativi, massimi e minimi assoluti su tutto $\mathbf{R}$ e i punti in cui essi sono raggiunti, e disegnare qualitativamente il grafico di f.
(ii) Determinare tutti gli eventuali valori di $a \in \mathbf{R}$ per cui f risulti continua su $\mathbf{R}$.
(iii) Determinare tutti gli eventuali valori di $a \in \mathbf{R}$ per cui f abbia massimo assoluto su $\mathbf{R}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	8 luglio 2015

2. (6 punti) (i) Si calcoli

$$\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}\,dx\,.$$

[Suggerimento: si ricordi che $(\sqrt{4-x^2})' = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$.]

(ii) L'integrale improprio $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$ è convergente o divergente?

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	8 luglio 2015

2. (6 punti) Si calcoli

$$\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}}\,dx\,.$$

[Suggerimento: si ricordi che $(\sqrt{9-x^2})' = -\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$.]

(ii) L'integrale improprio $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}\,dx$ è convergente o divergente?

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	8 luglio 2015

2. (6 punti) Si calcoli

$$\int_2^3 \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}}\,dx\,.$$

[Suggerimento: si ricordi che $(\sqrt{x^2-1})' = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$.]

(ii) L'integrale improprio $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$ è convergente o divergente?

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	8 luglio 2015

2. (6 punti) Si calcoli

$$\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}\, dx\,.$$

[Suggerimento: si ricordi che $(\sqrt{x^2+1})' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.]

(ii) L'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\, dx$ è convergente o divergente?

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	8 luglio 2015

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 7y' + 12y = x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \,. \end{cases}$$

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 5y' + 6y = -x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 6y' + 8y = 2x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 5y' + 4y = -2x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$