

1. (6 punti) Disegnare il grafico qualitativo della funzione $f(x) = |x^2 + 2x|e^x$. In particolare si determinino dominio, eventuali asintoti, punti di massimo e di minimo e di non derivabilità (non è richiesto lo studio di concavità/convessità).

1. (6 punti) Disegnare il grafico qualitativo della funzione $f(x) = |x^2 - 2x|e^{-x}$. In particolare si determinino dominio, eventuali asintoti, punti di massimo e di minimo e di non derivabilità (non è richiesto lo studio di concavità/convessità).

1. (6 punti) Disegnare il grafico qualitativo della funzione $f(x) = -|x^2 - 2x|e^x$. In particolare si determinino dominio, eventuali asintoti, punti di massimo e di minimo e di non derivabilità (non è richiesto lo studio di concavità/convessità).

1. (6 punti) Disegnare il grafico qualitativo della funzione $f(x) = -|x^2 + 2x|e^{-x}$. In particolare si determinino dominio, eventuali asintoti, punti di massimo e di minimo e di non derivabilità (non è richiesto lo studio di concavità/convessità).

2. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha > 0$ si determinino tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + e^{-n}}{n^\alpha + 1} \left(\frac{x^2 - 2}{x^2 + 1} \right)^n$$

è convergente.

2. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha > 0$ si determinino tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{\alpha} + 1}{n^2 + e^{-n}} \left(\frac{x^2 - 5}{x^2 + 3} \right)^n$$

è convergente.

2. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha > 0$ si determinino tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 - e^{-n}}{n^\alpha + 2} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 2} \right)^n$$

è convergente.

2. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha > 0$ si determinino tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{\alpha} + 2}{n^3 - e^{-n}} \left(\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2} \right)^n$$

è convergente.

3. (6 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy (definito per $t \neq 0$)

$$\begin{cases} y' = \frac{y^3+3t^3}{ty^2} \\ y(1) = -2. \end{cases}$$

[Suggerimento: (i) provare che se y è soluzione di questo problema di Cauchy, allora la funzione z tale che $y(t) = tz(t)$ soddisfa l'equazione $z' = \frac{3}{tz^2}$, con uno specifico dato di Cauchy; (ii) determinare la soluzione z di questo nuovo problema di Cauchy; (iii) concludere determinando y .]

3. (6 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy (definito per $t \neq 0$)

$$\begin{cases} y' = \frac{y^3+4t^3}{ty^2} \\ y(1) = -3. \end{cases}$$

[Suggerimento: (i) provare che se y è soluzione di questo problema di Cauchy, allora la funzione z tale che $y(t) = tz(t)$ soddisfa l'equazione $z' = \frac{4}{tz^2}$, con uno specifico dato di Cauchy; (ii) determinare la soluzione z di questo nuovo problema di Cauchy; (iii) concludere determinando y .]

3. (6 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy (definito per $t \neq 0$)

$$\begin{cases} y' = \frac{y^3 + 5t^3}{ty^2} \\ y(1) = -4. \end{cases}$$

[Suggerimento: (i) provare che se y è soluzione di questo problema di Cauchy, allora la funzione z tale che $y(t) = tz(t)$ soddisfa l'equazione $z' = \frac{5}{tz^2}$, con uno specifico dato di Cauchy; (ii) determinare la soluzione z di questo nuovo problema di Cauchy; (iii) concludere determinando y .]

3. (6 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy (definito per $t \neq 0$)

$$\begin{cases} y' = \frac{y^3+6t^3}{ty^2} \\ y(1) = -5. \end{cases}$$

[Suggerimento: (i) provare che se y è soluzione di questo problema di Cauchy, allora la funzione z tale che $y(t) = tz(t)$ soddisfa l'equazione $z' = \frac{6}{tz^2}$, con uno specifico dato di Cauchy; (ii) determinare la soluzione z di questo nuovo problema di Cauchy; (iii) concludere determinando y .]