

ESERCITAZIONE DI MARTEDÌ 22/09/2015

Gruppo A-L

Numeri Complessi: Somma e prodotto di numeri complessi. Equazioni a variabile complessa. Luoghi geometrici nel piano di Gauss.

Esercizio 1. Dati $z_1 = a + ib$ e $z_2 = \alpha + i\beta$, calcolare il risultato delle seguenti operazioni elementari:

$$z_1 + z_2, \quad z_1 z_2, \quad \frac{1}{z_1}.$$

Esercizio 2. Determinare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$(1 + i)z^2 - iz + i - 1 = 0.$$

Esercizio 3. Determinare perimetro ed area del poligono nel piano di Gauss i cui vertici soddisfano la seguente equazione:

$$(z^2 - 2z + 10)(z^2 - 6z + 13) = 0.$$

Esercizio 4. Determinare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$2z^2 + \operatorname{Re}(z) + 3(\operatorname{Im}(z))^2 - i\operatorname{Im}(z) = 1$$

Esercizio 5. Determinare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$z(\bar{z} + \operatorname{Re}(z)) = 3 + i.$$

Esercizio 6. Rappresentare le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} |\operatorname{Re}(z + 1)| \leq 1 \\ |\operatorname{Im}(z)| < 2. \end{cases}$$

Esercizio 7. Rappresentare le soluzioni complesse della seguente disequazione:

$$2\operatorname{Re}(z) + 3\operatorname{Im}(z) \leq 1.$$

Esercizio 8. Rappresentare le soluzioni complesse della seguente disequazione:

$$|z + i - 2| \leq 2.$$

Esercizio 9. Rappresentare i seguenti insiemi:

$$A := \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| \leq 2, \operatorname{Re}(z) \operatorname{Im}(z) > 0\};$$

$$B := \left\{ z \in \mathbb{C} : |z + 3|^2 - \frac{3 \operatorname{Im}(z)^2}{4} \geq \log_4(4) \right\}.$$

Anticipato rapidamente e da completare la prossima volta:

Esercizio 10. Determinare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$|z| \bar{z} = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i.$$