

ESERCITAZIONE DI MARTEDÌ 22/09/2015

Gruppo M-Z

Numeri Complessi: Somma e prodotto di numeri complessi. Equazioni a variabile complessa. Luoghi geometrici nel piano di Gauss.

Esercizio 1. Calcolare il risultato delle seguenti operazioni elementari in \mathbb{C} :

$$(2 - i) + (3 + 5i), \quad (2 - i)(3 + 5i), \quad \frac{1}{2 - i}, \quad \frac{\frac{1}{2} + i}{2 + \sqrt{5}i}.$$

Esercizio 2. Determinare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$(1 + i)z^2 - iz + i - 1 = 0.$$

Esercizio 3. Determinare perimetro ed area del poligono nel piano di Gauss i cui vertici soddisfano la seguente equazione:

$$(z^2 - 2z + 10)(z^2 - 6z + 13) = 0.$$

Esercizio 4. Determinare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$|z| \bar{z} = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i.$$

Esercizio 5. Determinare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$z(\bar{z} + \operatorname{Re}(z)) = 3 + i.$$

Esercizio 6. Rappresentare le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(z) + 2\operatorname{Im}(z) \geq 1 \\ |z + i - 3| < 1. \end{cases}$$

Esercizio 7. Rappresentare i seguenti insiemi:

$$A := \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| \leq 2, \operatorname{Re}(z)\operatorname{Im}(z) > 0\};$$

$$B := \left\{ z \in \mathbb{C} : |z + 3|^2 - \frac{3\operatorname{Im}(z)^2}{4} \geq \log_4(4) \right\}.$$

Esercizio 8. Rappresentare le soluzioni complesse della seguente disequazione:

$$\operatorname{Re}(z^3 + 1) \geq 3\operatorname{Im}(z^2) \frac{\bar{z} - z}{4i} + \operatorname{Im}(z).$$