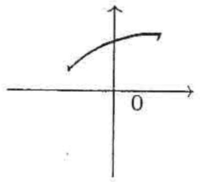
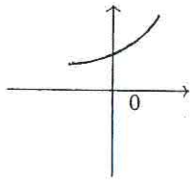
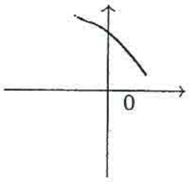
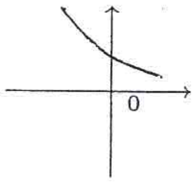
ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		11 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. $\int_{-2}^{2} f(x^4)x^4\,dx =$

   [a] $\int_{-16}^{16} f(t)t\,dt$; [b] $\int_{0}^{16} \frac{2f(t)}{\sqrt[4]{t}}\,dt$; [c] $\int_{-16}^{16} \frac{f(t)}{t}\,dt$; [☒] $\int_{0}^{16} \frac{f(t)\sqrt[4]{t}}{2}\,dt$.

2. Vicino all'origine la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (y^2-2)(1-xy) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ha il seguente grafico:

   [a]  ; [b]  ; [☒]  ; [d]  .

3. Sia f una funzione continua su $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? [a] Se $\int_{-5}^{5} f(x)\,dx = 0$ allora f è dispari; [b] Se f è crescente in $[-5,5]$ allora $\int_{-5}^{5} f(x^2)\,dx \geq 0$; [c] Se $\int_{-5}^{5} xf(x^2)\,dx = 0$ allora f è pari; [☒] Se $\int_{-5}^{5} f^2(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ per $x \in [-5,5]$.

4. Il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \frac{1+3x}{2-x}$ è: [a] $\frac{1}{2} - \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; [b] $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; [c] $\frac{1}{3} - \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; [☒] $\frac{1}{2} + \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$.

5. L'insieme dei valori di $x \in R$ per i quali la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\log \frac{1}{x^2}}}$ converge è: [a] $0 < |x| < \frac{1}{e}$; [b] $|x| > \sqrt{e}$; [c] $|x| > e^2$; [☒] $0 < |x| < \frac{1}{\sqrt{e}}$.

6. $\lim_{x \to +\infty} \frac{\int_0^x \left(\sqrt{t}\cos(\frac{1}{t}) - t\right) dt}{x^2+5} =$ [a] 1/3; [b] 3/5; [☒] −1/2; [d] 2/3.

7. Se $F(x) = \int_{-2x}^{-x^2} (1-2t)\,dt$, allora $F'(x) =$

   [a] $4x^3 - 10x + 2$; [b] $2 + 2x - 2x^3$; [☒] $2 + 6x - 4x^3$; [d] $2x^3 - 2x - 2$.

8. L'area della regione compresa fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $f(x) = 8x(x-1)$ per $0 \leq x \leq 2$ è: [☒] 8; [b] 16; [c] $\frac{16}{3}$; [d] 0.

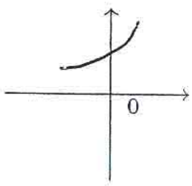
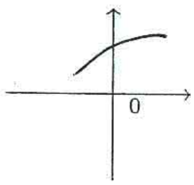
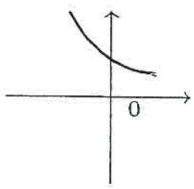
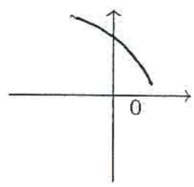
ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		11 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'insieme dei valori di $x \in R$ per i quali la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\log \frac{1}{|x|}}}$ converge è: $\boxed{a}$ $0 < |x| < \frac{1}{\sqrt{e}}$; $\boxtimes$ $0 < |x| < \frac{1}{e}$; $\boxed{c}$ $|x| > \sqrt{e}$; $\boxed{d}$ $|x| > e^2$.

2. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\int_0^x \left(3t^4 + \sqrt{t}\sin(t^5)\right) dt}{x^5+1} =$ $\boxed{a}$ $2/3$; $\boxed{b}$ $1/3$; $\boxtimes$ $3/5$; $\boxed{d}$ $-1/2$.

3. Vicino all'origine la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (y^2+1)(1+xy) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ha il seguente grafico:

$\boxtimes$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

4. Sia f una funzione continua su $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxtimes$ Se $\displaystyle\int_{-4}^{4} f^2(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ per $x \in [-4,4]$; $\boxed{b}$ Se $\displaystyle\int_{-4}^{4} f(x)\,dx = 0$ allora f è dispari; $\boxed{c}$ Se f è crescente in $[-4,4]$ allora $\displaystyle\int_{-4}^{4} f(x^2)\,dx \geq 0$; $\boxed{d}$ Se $\displaystyle\int_{-4}^{4} xf(x^2)\,dx = 0$ allora f è pari.

5. L'area della regione compresa fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $f(x) = 7x(x-1)$ per $0 \leq x \leq 2$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxtimes$ 7; $\boxed{c}$ 14; $\boxed{d}$ $\frac{14}{3}$.

6. $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x^4)x^2\,dx =$

$\boxtimes$ $\displaystyle\int_0^{16} \frac{f(t)}{2\sqrt[4]{t}}\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_{-16}^{16} f(t)\sqrt{t}\,dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_0^{16} 2f(t)\sqrt[4]{t}\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_{-16}^{16} \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\,dt$.

7. Il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \frac{1-2x}{3+x}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{2} + \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} - \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxtimes$ $\frac{1}{3} - \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$.

8. Se $F(x) = \displaystyle\int_{-2x}^{-x^2} (1-t)\,dt$, allora $F'(x) =$

$\boxed{a}$ $2x^3 - 2x - 2$; $\boxed{b}$ $4x^3 - 10x + 2$; $\boxtimes$ $2 + 2x - 2x^3$; $\boxed{d}$ $2 + 6x - 4x^3$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		11 gennaio 2012
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

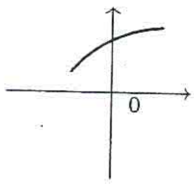
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

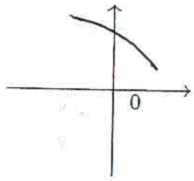
1. L'area della regione compresa fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $f(x) = 6x(x-1)$ per $0 \le x \le 2$ è: $\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ 6; $\boxed{d}$ 12.

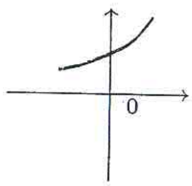
2. $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x^2)x^4\,dx =$
$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_{-4}^{4} \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_{0}^{4} f(t)\sqrt{t^3}\,dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_{-4}^{4} f(t)t^2\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_{0}^{4} \frac{f(t)}{\sqrt{t^3}}\,dt$.

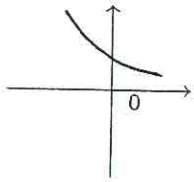
3. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\int_0^x \left(4t^2 - \cos(t^4)\right)dt}{4x^3} =$ $\boxed{a}$ $-1/2$; $\boxed{b}$ $2/3$; $\boxed{c}$ $1/3$; $\boxed{d}$ $3/5$.

4. Vicino all'origine la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (y^2+2)(xy-1) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ha il seguente grafico:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. Se $F(x) = \displaystyle\int_{2x}^{x^2} (2t-1)\,dt$, allora $F'(x) =$
$\boxed{a}$ $2 + 6x - 4x^3$; $\boxed{b}$ $2x^3 - 2x - 2$; $\boxed{c}$ $4x^3 - 10x + 2$; $\boxed{d}$ $2 + 2x - 2x^3$.

6. L'insieme dei valori di $x \in R$ per i quali la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\log(x^2)}}$ converge è: $\boxed{a}$ $|x| > e^2$; $\boxed{b}$ $0 < |x| < \frac{1}{\sqrt{e}}$; $\boxed{c}$ $0 < |x| < \frac{1}{e}$; $\boxed{d}$ $|x| > \sqrt{e}$.

7. Sia f una funzione continua su $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ Se $\displaystyle\int_{-3}^{3} xf(x^2)\,dx = 0$ allora f è pari; $\boxed{b}$ Se $\displaystyle\int_{-3}^{3} f^2(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ per $x \in [-3,3]$; $\boxed{c}$ Se $\displaystyle\int_{-3}^{3} f(x)\,dx = 0$ allora f è dispari; $\boxed{d}$ Se f è crescente in $[-3,3]$ allora $\displaystyle\int_{-3}^{3} f(x^2)\,dx \ge 0$.

8. Il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \frac{1+2x}{3-x}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3} - \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} + \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2} - \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		11 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

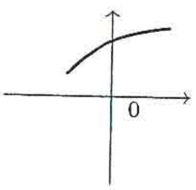
1. Sia f una funzione continua su $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxtimes$ Se $\int_{-4}^{4} f^2(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ per $x \in [-4,4]$; $\boxed{b}$ Se $\int_{-4}^{4} f(x)\,dx = 0$ allora f è dispari; $\boxed{c}$ Se f è crescente in $[-4,4]$ allora $\int_{-4}^{4} f(x^2)\,dx \geq 0$; $\boxed{d}$ Se $\int_{-4}^{4} xf(x^2)\,dx = 0$ allora f è pari.

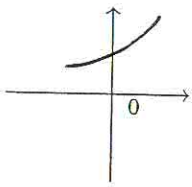
2. Se $F(x) = \int_{-2x}^{-x^2} (1-t)\,dt$, allora $F'(x) =$
$\boxed{a}$ $2x^3 - 2x - 2$; $\boxed{b}$ $4x^3 - 10x + 2$; $\boxtimes$ $2 + 2x - 2x^3$; $\boxed{d}$ $2 + 6x - 4x^3$.

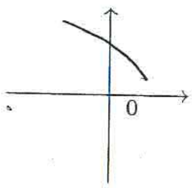
3. L'area della regione compresa fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $f(x) = 3x(x-1)$ per $0 \leq x \leq 2$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxtimes$ 3; $\boxed{c}$ 6; $\boxed{d}$ 2.

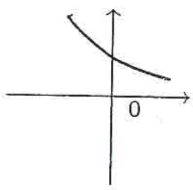
4. L'insieme dei valori di $x \in R$ per i quali la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\log\frac{1}{|x|}}}$ converge è: $\boxed{a}$ $0 < |x| < \frac{1}{\sqrt{e}}$; $\boxtimes$ $0 < |x| < \frac{1}{e}$; $\boxed{c}$ $|x| > \sqrt{e}$; $\boxed{d}$ $|x| > e^2$.

5. Vicino all'origine la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (y^2-2)(1-xy) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ha il seguente grafico:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. Il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \frac{1+2x}{3-x}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{2} + \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} - \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxtimes$ $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3} - \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$.

7. $\int_{-2}^{2} f(x^4)x^2\,dx =$
$\boxtimes$ $\int_0^{16} \frac{f(t)}{2\sqrt[4]{t}}\,dt$; $\boxed{b}$ $\int_{-16}^{16} f(t)\sqrt{t}\,dt$; $\boxed{c}$ $\int_0^{16} 2f(t)\sqrt[4]{t}\,dt$; $\boxed{d}$ $\int_{-16}^{16} \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\,dt$.

8. $\lim_{x\to+\infty} \frac{\int_0^x (3t^4 + \sqrt{t}\sin(t^5))\,dt}{x^5+1} =$ $\boxed{a}$ 2/3; $\boxed{b}$ 1/3; $\boxtimes$ 3/5; $\boxed{d}$ −1/2.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		11 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\int_0^x \left(8t^3 + t^2\sin(t^7)\right)dt}{3x^4+x} =$ $\boxed{a}$ $3/5$; $\boxed{b}$ $-1/2$; $\boxtimes$ $2/3$; $\boxed{d}$ $1/3$.

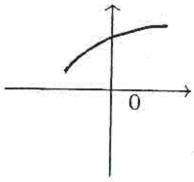
2. Sia f una funzione continua su $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ Se f è crescente in $[-2,2]$ allora $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x^2)\,dx \geq 0$; $\boxed{b}$ Se $\displaystyle\int_{-2}^{2} xf(x^2)\,dx = 0$ allora f è pari; $\boxtimes$ Se $\displaystyle\int_{-2}^{2} f^2(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ per $x \in [-2,2]$; $\boxed{d}$ Se $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 0$ allora f è dispari.

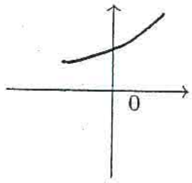
3. Il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \frac{1+3x}{2-x}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3} - \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2} + \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2} - \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$.

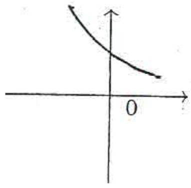
4. Se $F(x) = \displaystyle\int_{2x}^{x^2} (t+1)\,dt$, allora $F'(x) =$
   $\boxed{a}$ $2 + 2x - 2x^3$; $\boxed{b}$ $2 + 6x - 4x^3$; $\boxtimes$ $2x^3 - 2x - 2$; $\boxed{d}$ $4x^3 - 10x + 2$.

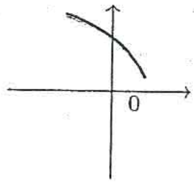
5. $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x^2)x^2\,dx =$
   $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_{-4}^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxtimes$ $\displaystyle\int_0^4 f(t)\sqrt{t}\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_{-4}^4 f(t)t\,dt$.

6. Vicino all'origine la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (y^2+1)(1+xy) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ha il seguente grafico:

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. L'area della regione compresa fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $f(x) = x(x-1)$ per $0 \leq x \leq 2$ è: $\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxtimes$ 1.

8. L'insieme dei valori di $x \in R$ per i quali la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\log\sqrt{|x|}}}$ converge è: $\boxed{a}$ $|x| > \sqrt{e}$; $\boxtimes$ $|x| > e^2$; $\boxed{c}$ $0 < |x| < \frac{1}{\sqrt{e}}$; $\boxed{d}$ $0 < |x| < \frac{1}{e}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		11 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Se $F(x) = \int_{2x}^{x^2} (t+1)\, dt$, allora $F'(x) =$
$\boxed{a}$ $2 + 2x - 2x^3$; $\boxed{b}$ $2 + 6x - 4x^3$; $\boxed{\times}$ $2x^3 - 2x - 2$; $\boxed{d}$ $4x^3 - 10x + 2$.

2. L'insieme dei valori di $x \in R$ per i quali la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\log\sqrt{|x|}}}$ converge è: $\boxed{a}$ $|x| > \sqrt{e}$; $\boxed{\times}$ $|x| > e^2$; $\boxed{c}$ $0 < |x| < \frac{1}{\sqrt{e}}$; $\boxed{d}$ $0 < |x| < \frac{1}{e}$.

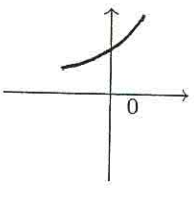
3. $\int_{-2}^{2} f(x^2)x^2\, dx =$
$\boxed{a}$ $\int_0^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\, dt$; $\boxed{b}$ $\int_{-4}^4 \frac{f(t)}{t}\, dt$; $\boxed{\times}$ $\int_0^4 f(t)\sqrt{t}\, dt$; $\boxed{d}$ $\int_{-4}^4 f(t)t\, dt$.

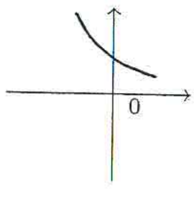
4. $\lim_{x\to+\infty} \frac{\int_0^x (8t^3 + t^2 \sin(t^7))\, dt}{3x^4 + x} =$ $\boxed{a}$ $3/5$; $\boxed{b}$ $-1/2$; $\boxed{\times}$ $2/3$; $\boxed{d}$ $1/3$.

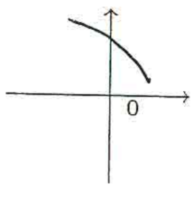
5. Il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \frac{1-3x}{2+x}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3} - \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2} + \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{\times}$ $\frac{1}{2} - \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$.

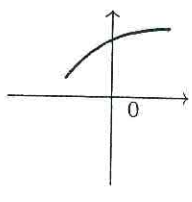
6. L'area della regione compresa fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $f(x) = 5x(x-1)$ per $0 \le x \le 2$ è: $\boxed{a}$ 10; $\boxed{b}$ $\frac{10}{3}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{\times}$ 5.

7. Vicino all'origine la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (2-y^2)(1+xy) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ha il seguente grafico:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{\times}$ 

.

8. Sia f una funzione continua su $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ Se f è crescente in $[-2,2]$ allora $\int_{-2}^{2} f(x^2)\, dx \ge 0$; $\boxed{b}$ Se $\int_{-2}^{2} xf(x^2)\, dx = 0$ allora f è pari; $\boxed{\times}$ Se $\int_{-2}^{2} f^2(x)\, dx = 0$ allora $f(x) = 0$ per $x \in [-2,2]$; $\boxed{d}$ Se $\int_{-2}^{2} f(x)\, dx = 0$ allora f è dispari.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		11 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \frac{1-2x}{3+x}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{2} - \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxed{\cancel{c}}$ $\frac{1}{3} - \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2} + \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$.

2. L'area della regione compresa fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $f(x) = 4x(x-1)$ per $0 \le x \le 2$ è: $\boxed{\cancel{a}}$ 4; $\boxed{b}$ 8; $\boxed{c}$ $\frac{8}{3}$; $\boxed{d}$ 0.

3. L'insieme dei valori di $x \in R$ per i quali la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\log \frac{1}{x^2}}}$ converge è: $\boxed{a}$ $0 < |x| < \frac{1}{e}$; $\boxed{b}$ $|x| > \sqrt{e}$; $\boxed{c}$ $|x| > e^2$; $\boxed{\cancel{d}}$ $0 < |x| < \frac{1}{\sqrt{e}}$.

4. $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x^4)x^4\,dx =$

   $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_{-16}^{16} f(t)t\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_{0}^{16} \frac{2f(t)}{\sqrt[4]{t}}\,dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_{-16}^{16} \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{\cancel{d}}$ $\displaystyle\int_{0}^{16} \frac{f(t)\sqrt[4]{t}}{2}\,dt$.

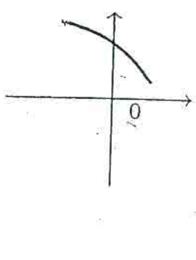
5. Sia f una funzione continua su $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ Se $\displaystyle\int_{-5}^{5} f(x)\,dx = 0$ allora f è dispari; $\boxed{b}$ Se f è crescente in $[-5,5]$ allora $\displaystyle\int_{-5}^{5} f(x^2)\,dx \ge 0$; $\boxed{c}$ Se $\displaystyle\int_{-5}^{5} xf(x^2)\,dx = 0$ allora f è pari; $\boxed{\cancel{d}}$ Se $\displaystyle\int_{-5}^{5} f^2(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ per $x \in [-5,5]$.

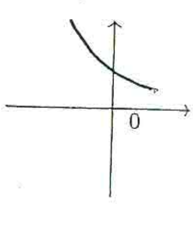
6. Se $F(x) = \displaystyle\int_{-2x}^{-x^2} (1-2t)\,dt$, allora $F'(x) =$

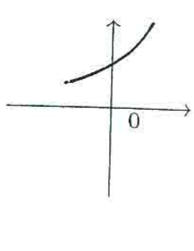
   $\boxed{a}$ $4x^3 - 10x + 2$; $\boxed{b}$ $2 + 2x - 2x^3$; $\boxed{\cancel{c}}$ $2 + 6x - 4x^3$; $\boxed{d}$ $2x^3 - 2x - 2$.

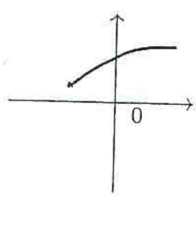
7. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\int_0^x \left(\sqrt{t}\cos(\frac{1}{t}) - t\right) dt}{x^2+5} =$ $\boxed{a}$ 1/3; $\boxed{b}$ 3/5; $\boxed{\cancel{c}}$ −1/2; $\boxed{d}$ 2/3.

8. Vicino all'origine la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (y^2+2)(xy-1) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ha il seguente grafico:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{\cancel{b}}$ 

; $\boxed{c}$ 

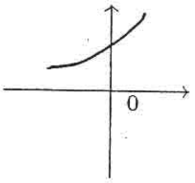
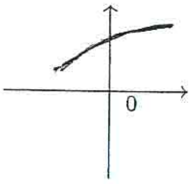
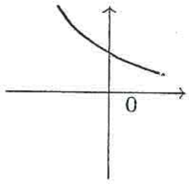
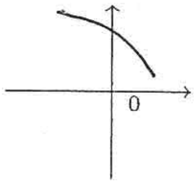
; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		11 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Vicino all'origine la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = (2-y^2)(1+xy) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ha il seguente grafico:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

2. Il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \frac{1-3x}{2+x}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3} - \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} + \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2} - \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}x + \frac{7}{27}x^2$.

3. Se $F(x) = \displaystyle\int_{2x}^{x^2} (2t-1)\,dt$, allora $F'(x) =$
$\boxed{a}$ $2+6x-4x^3$; $\boxed{b}$ $2x^3-2x-2$; $\boxed{c}$ $4x^3-10x+2$; $\boxed{d}$ $2+2x-2x^3$.

4. L'area della regione compresa fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $f(x) = 2x(x-1)$ per $0 \le x \le 2$ è: $\boxed{a}$ $\frac{4}{3}$; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 4.

5. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\int_0^x (4t^2 - \cos(t^4))\,dt}{4x^3} =$ $\boxed{a}$ $-1/2$; $\boxed{b}$ $2/3$; $\boxed{c}$ $1/3$; $\boxed{d}$ $3/5$.

6. Sia f una funzione continua su $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ Se $\displaystyle\int_{-3}^{3} xf(x^2)\,dx = 0$ allora f è pari; $\boxed{b}$ Se $\displaystyle\int_{-3}^{3} f^2(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ per $x \in [-3,3]$; $\boxed{c}$ Se $\displaystyle\int_{-3}^{3} f(x)\,dx = 0$ allora f è dispari; $\boxed{d}$ Se f è crescente in $[-3,3]$ allora $\displaystyle\int_{-3}^{3} f(x^2)\,dx \ge 0$.

7. L'insieme dei valori di $x \in R$ per i quali la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\log(x^2)}}$ converge è: $\boxed{a}$ $|x| > e^2$; $\boxed{b}$ $0 < |x| < \frac{1}{\sqrt{e}}$; $\boxed{c}$ $0 < |x| < \frac{1}{e}$; $\boxed{d}$ $|x| > \sqrt{e}$.

8. $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x^2)x^4\,dx =$
$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_{-4}^{4} \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_{0}^{4} f(t)\sqrt{t^3}\,dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_{-4}^{4} f(t)t^2\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_{0}^{4} \frac{f(t)}{\sqrt{t^3}}\,dt$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia	11 gennaio 2012

1. **(6 punti)** Si calcoli
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin(x^2)} - \cos(2x)}{\log(1+3x) - 3\sin x}.$$

Si hanno gli sviluppi:

$$\log(1+3x) = 3x - \frac{(3x)^2}{2} + o(x^2) \quad , \quad 3\sin x = 3x - \frac{3x^3}{6} + o(x^3),$$

per cui $\log(1+3x) - 3\sin x = -\frac{9x^2}{2} + o(x^2)$.

D'altro canto

$$e^t = 1 + t + o(t) \quad , \quad \sin(x^2) = x^2 + o(x^2) \quad , \quad \cos(2x) = 1 - \frac{(2x)^2}{2} + o(x^2),$$

per cui $e^{\sin(x^2)} - \cos(2x) = \cancel{1} + x^2 + o(x^2) - \cancel{1} + 2x^2 = 3x^2 + o(x^2)$.

Dunque

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin(x^2)} - \cos(2x)}{\log(1+3x) - 3\sin x} = \lim_{x\to 0} \frac{3x^2 + o(x^2)}{-\frac{9}{2}x^2 + o(x^2)} = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}.$$

"Mescolando" limiti notevoli e de l'Hopital: si ha

$$\frac{e^{\sin(x^2)} - \cos(2x)}{x^2} = \frac{e^{\sin(x^2)} - 1}{\sin(x^2)} \cdot \frac{\sin(x^2)}{x^2} + 4\,\frac{1-\cos(2x)}{4x^2} \xrightarrow[x\to 0]{} 1 + 2 = 3,$$

per cui riscrivo

$$\frac{e^{\sin(x^2)} - \cos(2x)}{\log(1+3x) - 3\sin x} = \frac{e^{\sin(x^2)} - \cos(2x)}{x^2} \cdot \frac{x^2}{\log(1+3x) - 3\sin x}.$$

Il primo fattore tende a 3, il secondo, con de l'Hopital,

$$\frac{x^2}{\log(1+3x) - 3\sin x} \overset{(H)}{\sim} \frac{2x}{\frac{1}{1+3x}\cdot 3 - 3\cos x} \overset{(H)}{\sim} \frac{2}{-3\left(\frac{1}{1+3x}\right)^2 \cdot 3 + 3\sin x} \xrightarrow[x\to 0]{} -\frac{2}{9}$$

Il limite è dunque uguale a $3 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) = -\frac{2}{3}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia	11 gennaio 2012

2. (6 punti) Studiate, in funzione del parametro reale α, la convergenza degli integrali generalizzati

$$\int_0^{+\infty} \frac{x+\sin x}{x^\alpha(x^2+1)^\alpha}\,dx, \qquad \int_0^{+\infty} \frac{x+\sin x}{x^\alpha(x^2+1)^\alpha}e^{-x}\,dx.$$

i) L'integrale è generalizzato perché calcolato su una semiretta, ma anche, se $\alpha>0$, perché x^α si annulla in 0.

Dividiamo dunque l'analisi:

- all'infinito: $x+\sin x \sim x$, e $(x^2+1)^\alpha \sim x^{2\alpha}$. Dunque si tratta di valutare la convergenza di $\frac{x}{x^{3\alpha}} = \frac{1}{x^{3\alpha-1}}$. Si ha quindi convergenza per $3\alpha-1>1$, $\alpha>\frac{2}{3}$.
- vicino a 0: $x+\sin x \sim 2x$, e $(x^2+1)^\alpha \sim 1$. Dunque bisogna valutare la convergenza di $2x/x^\alpha = 2\frac{1}{x^{\alpha-1}}$, che è convergente per $\alpha-1<1$, $\alpha<2$.

In conclusione, si ha convergenza per $\boxed{2/3<\alpha<2.}$

ii) Come prima, dividiamo l'analisi in due parti:

- all'infinito: siccome $e^{-x}\leq 1/x^\beta$ per qualunque $\beta\in\mathbb{R}$ (per x grande), si ha

$$\frac{x+\sin x}{x^\alpha(x^2+1)^\alpha}e^{-x} \sim \frac{x}{x^{3\alpha}}e^{-x} \leq \frac{1}{x^{3\alpha-1+\beta}} = \frac{1}{x^2} \quad \text{per } \beta=3-3\alpha.$$

Dunque si ha convergenza per ogni $\alpha\in\mathbb{R}$.

- vicino a 0: siccome $e^{-x}\sim 1$, siamo nella stessa situazione di prima, per cui c'è convergenza per $\alpha<2$.

In conclusione, l'integrale converge per $\boxed{\alpha<2.}$

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia	11 gennaio 2012

3. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2e^{x-y}\cos x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

L'equazione è del 1° ordine, non lineare, a variabili separabili, dato che $e^{x-y} = e^x \cdot e^{-y}$. Dunque

$$\frac{dy}{dx} = 2e^x e^{-y} \cos x \Rightarrow \int e^y dy = \int 2e^x \cos x \, dx.$$

Integrando per parti il secondo integrale:

ancora per parti!

$$2\int e^x \cos x \, dx = 2\left[e^x \cos x + \int e^x \operatorname{sen} x \, dx\right] = 2\left[e^x \cos x + e^x \operatorname{sen} x - \int e^x \cos x \, dx\right]$$

da cui

$$2 \cdot 2\int e^x \cos x \, dx = 2(e^x \cos x + e^x \operatorname{sen} x) + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

Siccome $\int e^y dy = e^y$, si conclude

$$e^y = e^x \cos x + e^x \operatorname{sen} x + \hat{c}, \quad \hat{c} \in \mathbb{R},$$

quindi

$$y(x) = \log\left(e^x \cos x + e^x \operatorname{sen} x + \hat{c}\right).$$

Fissando il dato di Cauchy:

$$1 = y(0) = \log(1 + \hat{c}) \Rightarrow e = 1 + \hat{c} \Rightarrow \hat{c} = e - 1,$$

per cui

$$y(x) = \log\left(e^x \cos x + e^x \operatorname{sen} x + e - 1\right).$$