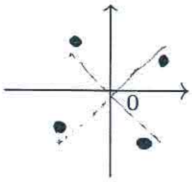
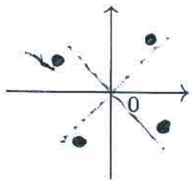
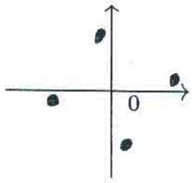
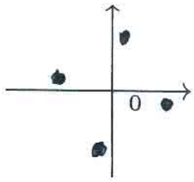
ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		15 luglio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Le radici quarte di $z = -\frac{1}{10}i - 6$ sono:

   $\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

2. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = e^x(x-2)$ per $x \in [0,3]$ è: $\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ $2e - 2$; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $2e^2 - 3$.

3. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \dfrac{y}{x} \\ y(1) = 4 \end{cases}$ allora $\displaystyle\int_0^1 y(x)dx =$ $\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ e^4; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ $\log 4$.

4. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)^3}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{8}$; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{16}$.

5. Se $F(x) = \pi^2 \displaystyle\int_0^x \frac{1 - 3\cos t}{t^2}\,dt$, allora $F'(\pi) =$ $\boxed{a}$ $\dfrac{4}{\pi^2}$; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 3π; $\boxed{d}$ 0.

6. La retta tangente al grafico di $f(x) = 6e^{-x}$ che passa per l'origine è: $\boxed{a}$ $y = -9ex$; $\boxed{b}$ $y = 6ex$; $\boxed{c}$ $y = -6ex$; $\boxed{d}$ $y = 9ex$.

7. Sia $(a_n)_n$ una successione reale per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \log(1 + a_n^2)$ è convergente. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ È certo che $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-1/a_n}$ è convergente; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ può essere divergente; $\boxed{c}$ È certo che $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ è convergente; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \cos a_n$ può essere convergente.

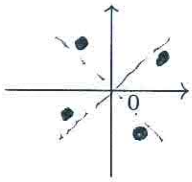
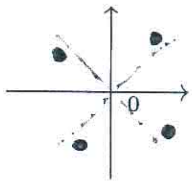
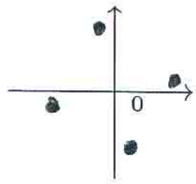
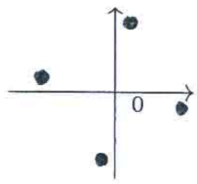
8. L'equazione della retta perpendicolare al grafico di $f(x) = \cos(x^2 - 4x)$ nel punto $x = 2$ è: $\boxed{a}$ $y = x$; $\boxed{b}$ $x = 2$; $\boxed{c}$ $y = 2$; $\boxed{d}$ $y = -1$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		15 luglio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'equazione della retta perpendicolare al grafico di $f(x) = \cos(x^2 - 4x)$ nel punto $x = 2$ è: $\boxed{a}$ $y = 2$; $\boxed{b}$ $y = -1$; $\boxed{c}$ $y = x$; $\boxed{d}$ $x = 2$.

2. Le radici quarte di $z = 1 - \frac{1}{3}i$ sono:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

3. La retta tangente al grafico di $f(x) = 6e^{-x}$ che passa per l'origine è: $\boxed{a}$ $y = -6ex$; $\boxed{b}$ $y = 9ex$; $\boxed{c}$ $y = -9ex$; $\boxed{d}$ $y = 6ex$.

4. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = e^x(x-1)$ per $x \in [0,2]$ è: $\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ $2e^2 - 3$; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ $2e - 2$.

5. Sia $(a_n)_n$ una successione reale per cui la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \log(1 + a_n^2)$ è convergente. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ è convergente; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos a_n$ può essere convergente; $\boxed{c}$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-1/a_n}$ è convergente; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ può essere divergente.

6. Se $F(x) = \pi^2 \int_0^x \frac{1 - 5\cos t}{t^2}\, dt$, allora $F'(\pi) =$ $\boxed{a}$ 5π; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ $\frac{6}{\pi^2}$; $\boxed{d}$ 6.

7. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{y}{x} \\ y(1) = 8 \end{cases}$ allora $\int_0^1 y(x)dx =$ $\boxed{a}$ 8; $\boxed{b}$ $\log 8$; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ e^8.

8. $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)^3}\, dx =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{16}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{8}$; $\boxed{d}$ 1.

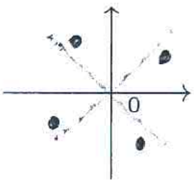
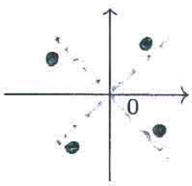
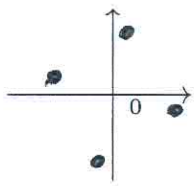
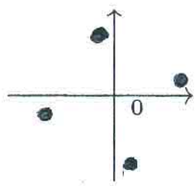
ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		15 luglio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Sia $(a_n)_n$ una successione reale per cui la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \log(1+a_n^2)$ è convergente. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ è convergente ; $\boxed{b}$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ è convergente; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ può essere divergente ; $\boxed{d}$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-1/a_n}$ è convergente.

2. Se $F(x) = \pi^2 \int_0^x \frac{1-4\cos t}{t^2}\,dt$, allora $F'(\pi) =$ $\boxed{a}$ 5; $\boxed{b}$ 4π; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $\frac{5}{\pi^2}$.

3. Le radici quarte di $z = \frac{1}{10}i - 5$ sono:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

4. La retta tangente al grafico di $f(x) = 3e^{2x}$ che passa per l'origine è:
$\boxed{a}$ $y = 6ex$; $\boxed{b}$ $y = -6ex$; $\boxed{c}$ $y = 9ex$; $\boxed{d}$ $y = -9ex$.

5. $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

6. L'equazione della retta perpendicolare al grafico di $f(x) = \cos(x^2 - 2x)$ nel punto $x = 1$ è:
$\boxed{a}$ $x = 1$; $\boxed{b}$ $y = 1$; $\boxed{c}$ $y = -1$; $\boxed{d}$ $y = x$.

7. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = e^{-x}(x+1)$ per $x \in [-2, 0]$ è: $\boxed{a}$ $2e - 2$; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ $2e^2 - 3$; $\boxed{d}$ 3.

8. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{y}{x} \\ y(1) = 6 \end{cases}$ allora $\int_0^1 y(x)\,dx =$ $\boxed{a}$ e^6; $\boxed{b}$ 6; $\boxed{c}$ $\log 6$; $\boxed{d}$ 3.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		15 luglio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

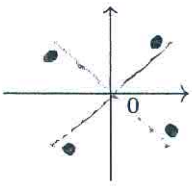
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

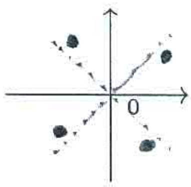
1. $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)^3}\,dx =$ [a] $\frac{1}{8}$; [b] 1; [c] $+\infty$; [d] $\frac{1}{16}$.

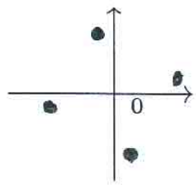
2. L'equazione della retta perpendicolare al grafico di $f(x) = \cos(x^2 - 4x)$ nel punto $x = 2$ è: [a] $y = x$; [b] $x = 2$; [c] $y = 2$; [d] $y = -1$.

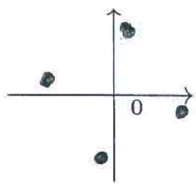
3. Se $F(x) = \pi^2 \int_0^x \frac{1 - 3\cos t}{t^2}\,dt$, allora $F'(\pi) =$ [a] $\frac{4}{\pi^2}$; [b] 4; [c] 3π; [d] 0.

4. Le radici quarte di $z = 1 + \frac{1}{3}i$ sono:

[a] 

; [b] 

; [c] 

; [d] 

.

5. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{y}{x} \\ y(1) = 4 \end{cases}$ allora $\int_0^1 y(x)dx =$ [a] 2; [b] e^4; [c] 4; [d] $\log 4$.

6. Sia $(a_n)_n$ una successione reale per cui la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \log(1 + a_n^2)$ è convergente. Quale delle seguenti affermazioni è vera? [a] È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-1/a_n}$ è convergente; [b] $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ può essere divergente; [c] È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ è convergente; [d] $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos a_n$ può essere convergente.

7. La retta tangente al grafico di $f(x) = 9e^{-x}$ che passa per l'origine è: [a] $y = -9ex$; [b] $y = 6ex$; [c] $y = -6ex$; [d] $y = 9ex$.

8. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = e^{-x}(x+2)$ per $x \in [-3, 0]$ è: [a] 3; [b] $2e - 2$; [c] 2; [d] $2e^2 - 3$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		15 luglio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

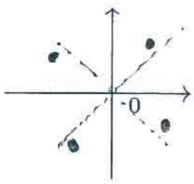
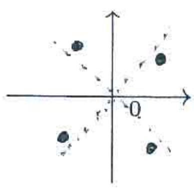
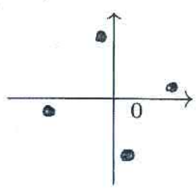
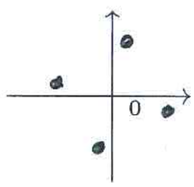
1. La retta tangente al grafico di $f(x) = 3e^{3x}$ che passa per l'origine è:
$\boxed{a}$ $y = 6ex$; $\boxed{b}$ $y = -6ex$; $\boxed{c}$ $y = 9ex$; $\boxed{d}$ $y = -9ex$.

2. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \dfrac{y}{x} \\ y(1) = 6 \end{cases}$ allora $\displaystyle\int_0^1 y(x)dx =$ $\boxed{a}$ e^6; $\boxed{b}$ 6; $\boxed{c}$ $\log 6$; $\boxed{d}$ 3.

3. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

4. Sia $(a_n)_n$ una successione reale per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \log(1 + a_n^2)$ è convergente. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ È certo che $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ è convergente ; $\boxed{b}$ È certo che $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ è convergente; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ può essere divergente ; $\boxed{d}$ È certo che $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-1/a_n}$ è convergente.

5. Le radici quarte di $z = 1 + \frac{1}{3}i$ sono:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

6. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = e^{-x}(x+1)$ per $x \in [-2, 0]$ è: $\boxed{a}$ $2e - 2$; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ $2e^2 - 3$; $\boxed{d}$ 3.

7. L'equazione della retta perpendicolare al grafico di $f(x) = \cos(x^2 - 2x)$ nel punto $x = 1$ è: $\boxed{a}$ $x = 1$; $\boxed{b}$ $y = 1$; $\boxed{c}$ $y = -1$; $\boxed{d}$ $y = x$.

8. Se $F(x) = \pi^2 \displaystyle\int_0^x \frac{1 - 4\cos t}{t^2}\,dt$, allora $F'(\pi) =$ $\boxed{a}$ 5; $\boxed{b}$ 4π; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $\dfrac{5}{\pi^2}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		**15 luglio 2013**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test Es1 Es2 Es3

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Se $F(x) = \pi^2 \int_0^x \frac{1-2\cos t}{t^2}\, dt$, allora $F'(\pi) =$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ $\frac{3}{\pi^2}$; $\boxtimes$ 3; $\boxed{d}$ 2π.

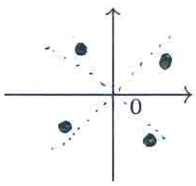
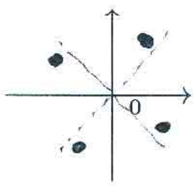
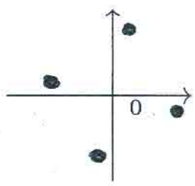
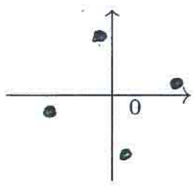
2. La retta tangente al grafico di $f(x) = 3e^{2x}$ che passa per l'origine è:
$\boxed{a}$ $y = 9ex$; $\boxed{b}$ $y = -9ex$; $\boxtimes$ $y = 6ex$; $\boxed{d}$ $y = -6ex$.

3. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = e^x(x-1)$ per $x \in [0,2]$ è:
$\boxed{a}$ $2e^2 - 3$; $\boxed{b}$ 3; $\boxtimes$ $2e - 2$; $\boxed{d}$ 2.

4. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{y}{x} \\ y(1) = 2 \end{cases}$ allora $\int_0^1 y(x)dx =$ $\boxed{a}$ $\log 2$;
$\boxtimes$ 1; $\boxed{c}$ e^2; $\boxed{d}$ 2.

5. L'equazione della retta perpendicolare al grafico di $f(x) = \cos(x^2 - 2x)$ nel punto $x = 1$ è:
$\boxed{a}$ $y = -1$; $\boxed{b}$ $y = x$; $\boxtimes$ $x = 1$; $\boxed{d}$ $y = 1$.

6. Le radici quarte di $z = \frac{1}{10}i - 5$ sono:

$\boxtimes$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

7. $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2}\, dx =$ $\boxtimes$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ $+\infty$.

8. Sia $(a_n)_n$ una successione reale per cui la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \log(1 + a_n^2)$ è convergente. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ può essere divergente ; $\boxed{b}$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-1/a_n}$ è convergente; $\boxtimes$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ è convergente ; $\boxed{d}$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ è convergente.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		15 luglio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \dfrac{y}{x} \\ y(1) = 2 \end{cases}$ allora $\int_0^1 y(x)dx =$ $\boxed{a}$ $\log 2$; $\boxtimes$ 1; $\boxed{c}$ e^2; $\boxed{d}$ 2.

2. Sia $(a_n)_n$ una successione reale ~~per~~ cui la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \log(1+a_n^2)$ è convergente. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ può essere divergente ; $\boxed{b}$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-1/a_n}$ è convergente; $\boxtimes$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ è convergente ; $\boxed{d}$ È certo che $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ è convergente.

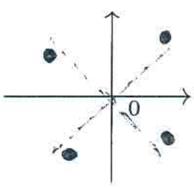
3. L'equazione della retta perpendicolare al grafico di $f(x) = \cos(x^2 - 2x)$ nel punto $x = 1$ è: $\boxed{a}$ $y = -1$; $\boxed{b}$ $y = x$; $\boxtimes$ $x = 1$; $\boxed{d}$ $y = 1$.

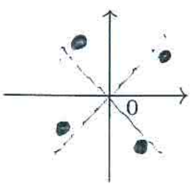
4. Se $F(x) = \pi^2 \int_0^x \frac{1 - 2\cos t}{t^2} dt$, allora $F'(\pi) =$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ $\frac{3}{\pi^2}$; $\boxtimes$ 3; $\boxed{d}$ 2π.

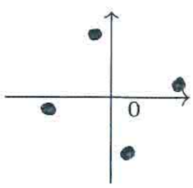
5. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = e^x(x-2)$ per $x \in [0,3]$ è: $\boxtimes$ $2e^2 - 3$; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ $2e - 2$; $\boxed{d}$ 2.

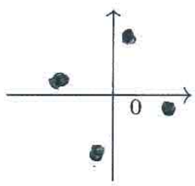
6. $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2} dx =$ $\boxtimes$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ $+\infty$.

7. Le radici quarte di $z = -\frac{1}{10}i - 6$ sono:

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. La retta tangente al grafico di $f(x) = 3e^{3x}$ che passa per l'origine è: $\boxtimes$ $y = 9ex$; $\boxed{b}$ $y = -9ex$; $\boxed{c}$ $y = 6ex$; $\boxed{d}$ $y = -6ex$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		15 luglio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = e^{-x}(x+2)$ per $x \in [-3, 0]$ è: $\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ $2e^2 - 3$; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ $2e - 2$.

2. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)^3}\,dx =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{16}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{8}$; $\boxed{d}$ 1.

3. Sia $(a_n)_n$ una successione reale per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \log(1 + a_n^2)$ è convergente. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ È certo che $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ è convergente; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \cos a_n$ può essere convergente; $\boxed{c}$ È certo che $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-1/a_n}$ è convergente; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ può essere divergente.

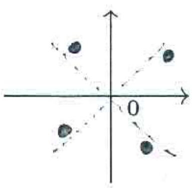
4. L'equazione della retta perpendicolare al grafico di $f(x) = \cos(x^2 - 4x)$ nel punto $x = 2$ è: $\boxed{a}$ $y = 2$; $\boxed{b}$ $y = -1$; $\boxed{c}$ $y = x$; $\boxed{d}$ $x = 2$.

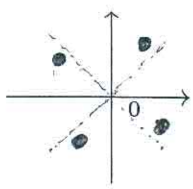
5. La retta tangente al grafico di $f(x) = 9e^{-x}$ che passa per l'origine è: $\boxed{a}$ $y = -6ex$; $\boxed{b}$ $y = 9ex$; $\boxed{c}$ $y = -9ex$; $\boxed{d}$ $y = 6ex$.

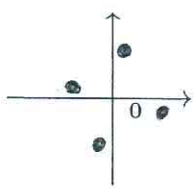
6. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \dfrac{y}{x} \\ y(1) = 8 \end{cases}$ allora $\displaystyle\int_0^1 y(x)dx =$ $\boxed{a}$ 8; $\boxed{b}$ $\log 8$; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ e^8.

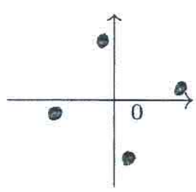
7. Se $F(x) = \pi^2 \displaystyle\int_0^x \frac{1 - 5\cos t}{t^2}\,dt$, allora $F'(\pi) =$ $\boxed{a}$ 5π; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ $\dfrac{6}{\pi^2}$; $\boxed{d}$ 6.

8. Le radici quarte di $z = 1 - \frac{1}{3}i$ sono:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1	15 luglio 2013

1. (6 punti) Trovate per quale valore di $\alpha \in \mathbf{R}$ è finito il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x - x^2 + 3\alpha x^4}{x^2(1-\cos(2x^2))}.$$

Per il valore di α trovato calcolare il limite.

Lo sviluppo di Taylor di $\sin x$ per $x_0 = 0$ è

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + o(x^5),$$

quello di $\cos t$ per $t_0 = 0$ è

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2} + o(t^2), \text{ dunque } 1 - \cos t = \frac{t^2}{2} + o(t^2),$$

per cui

$$\frac{x\sin x - x^2 + 3\alpha x^4}{x^2(1-\cos(2x^2))} = \frac{x\left(x - x^3/6 + \frac{x^5}{120} + o(x^5)\right) - x^2 + 3\alpha x^4}{x^2\left(\frac{(2x^2)^2}{2} + o(x^4)\right)} =$$

$$= \frac{\cancel{x^2} - x^4/6 + \frac{x^6}{120} + o(x^6) - \cancel{x^2} + 3\alpha x^4}{x^2\frac{4x^4}{2} + o(x^6)} =$$

$$= \frac{(3\alpha - 1/6)x^4 + x^6/120 + o(x^6)}{2x^6 + o(x^6)}.$$

Se $\alpha \neq 1/18$, si ha che il limite richiesto vale $+\infty$ (se $\alpha > 1/18$), oppure $-\infty$ (se $\alpha < 1/18$).

Dunque il limite è finito se e solo se $\alpha = 1/18$, e in quel caso si deve calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^6/120 + o(x^6)}{2x^6 + o(x^6)} = \frac{1}{240}.$$

ANALISI MATEMATICA 1	15 luglio 2013

2. (6 punti) Determinare l'insieme dei valori di $x \in \mathbf{R}$ per cui è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + n}{2^n - n} \left(\frac{x+1}{x^2 - 2x + 4} \right)^n .$$

Scrivendo $t = \dfrac{x+1}{x^2-2x+4}$, si tratta di una serie di potenze rispetto a t. Dunque cerchiamo il raggio di convergenza, calcolando

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3^{n+1}+n+1}{2^{n+1}-n-1} \, \frac{2^n-n}{3^n+n} = \lim_{n\to\infty} \frac{3^n(3+n/3^n+1/3^n)}{3^n(1+n/3^n)} \, \frac{2^n(1-n/2^n)}{2^n(2-n/2^n-1/2^n)} = \frac{3}{2}.$$

Il raggio di convergenza è dunque $2/3$, e la serie converge assolutamente (e dunque semplicemente) per $\left|\dfrac{x+1}{x^2-2x+4}\right| < \dfrac{2}{3}$, cioè

$$3|x+1| < 2(x^2-2x+4) \iff \begin{cases} 3x+3 < 2x^2-4x+8 \\ 3x+3 > -2x^2+4x-8 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x^2-7x+5>0 \\ 2x^2-x+11>0. \end{cases}$$

Le radici di $2x^2-x+11$ sono complesse coniugate, dunque si ha $2x^2-x+11>0$ per ogni $x\in\mathbb{R}$. Le radici di $2x^2-7x+5$ sono:

$$2x^2-7x+5=0 \iff x = \frac{7\mp\sqrt{49-40}}{4} = \frac{7\mp3}{4} = \begin{cases} 1 \\ 5/2 \end{cases}.$$

Dunque $2x^2-7x+5>0$ per $x<1$ e $x>5/2$, semirette in cui la serie converge. Per $1<x<5/2$ si ha $3|x+1|>2(x^2-2x+4)$, dunque la serie <u>non</u> converge.

Per $x=1$ la serie diventa $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n+n}{2^n-n}\dfrac{2^n}{3^n}$, e il termine generale non tende a 0 (tende a 1...), per cui la serie <u>non</u> converge.

Per $x=5/2$ succede la stessa cosa, e la serie <u>non</u> converge.

ANALISI MATEMATICA 1	15 luglio 2013

3. (6 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' = \beta x \ + 2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \,, \end{cases}$$

e trovare il valore del parametro $\beta \in \mathbf{R}$ per cui la soluzione è un polinomio.

È un'equazione lineare del 2° ordine, non-omogenea e a coefficienti costanti.

Per risolvere l'omogenea, il polinomio associato è $\lambda^2 - 3\lambda$, che ha radici $\lambda_1 = 0$ e $\lambda_2 = 3$. Dunque la soluzione dell'omogenea è

$$y_0(x) = c_1 + c_2 e^{3x}, \quad c_1 \in \mathbb{R}, c_2 \in \mathbb{R}.$$

Il termine noto è un polinomio di 1° grado, per cui il metodo di simiglianza suggerisce di cercare una soluzione particolare dell'equazione non-omogenea della forma $y_*(x) = Ax + B$. Però ogni costante è soluzione della equazione omogenea, per cui si deve cercare una soluzione particolare della forma $y_*(x) = x(Ax+B) = Ax^2 + Bx$.

Si ha $y_*' = 2Ax + B$, $y_*'' = 2A$, per cui si impone

$$2A - 3(2Ax + B) = \beta x + 2 \Rightarrow \begin{cases} -6A = \beta \\ 2A - 3B = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -\beta/6 \\ B = -\beta/9 - 2/3 . \end{cases}$$

Abbiamo quindi ottenuto

$$y(x) = c_1 + c_2 e^{3x} - \beta/6 \, x^2 - \frac{1}{3}(2 + \beta/3)x .$$

Imponendo il dato di Cauchy, siccome $y'(x) = 3c_2 e^{3x} - \beta/3 \, x - \frac{2}{3} - \beta/9$, si ha

$$\begin{cases} 0 = c_1 + c_2 \\ 1 = 3c_2 - \frac{2}{3} - \beta/9 \end{cases} \Rightarrow c_2 = 5/9 + \beta/27 \Rightarrow c_1 = -5/9 - \beta/27 .$$

La soluzione è quindi

$$y(x) = -5/9 - \beta/27 + \frac{1}{9}(5 + \beta/3) e^{3x} - \beta/6 \, x^2 - \frac{1}{3}(2 + \beta/3)x .$$

Il valore β per cui $y(x)$ è un polinomio è quello per cui $5 + \frac{\beta}{3} = 0$, cioè $\beta = -15$. La soluzione in questo caso è $y(x) = \frac{5}{2}x^2 + x$.