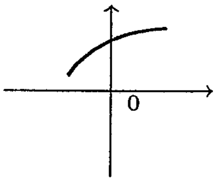
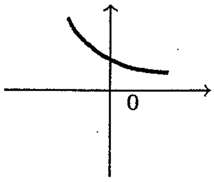
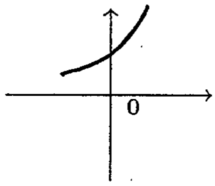
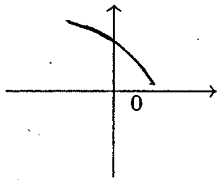
| ANALISI MATEMATICA 1 | | 16 luglio 2010 |
|---|---|---|
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* $-0.25$.

1. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{2x+1}{1-x^2}$ per $x$ vicino a 0 è:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{d}$  .

2. L'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{2x^2}-1}{\sqrt{x^{2+\alpha}}(1+x^\alpha)}\,dx$ è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è: $\boxed{a}$ $1 < \alpha < 2$; $\boxed{b}$ $1 < \alpha < 3$; $\boxtimes$ $2 < \alpha < 4$ ; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$.

3. Sia $f$ una funzione continua tale che $\int_1^3 f(x)\,dx = 5$. Allora esiste un numero $x_0 \in [1,3]$ tale che: $\boxtimes$ $f(x_0) > 2$; $\boxed{b}$ $f(x_0) < 1$; $\boxed{c}$ $f(x_0) < 2$; $\boxed{d}$ $f(x_0) > 3$.

4. La retta perpendicolare al grafico di $y = -4x^2 + 5x$ nel punto di ascissa $x = 1$ è: $\boxed{a}$ $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3}$; $\boxtimes$ $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3}$; $\boxed{d}$ $y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{4}$.

5. L'insieme dove la funzione
$$G(x) = \int_0^{2x^2} \frac{1-t}{t^3+2}\,dt$$
è strettamente crescente è: $\boxed{a}$ $-1 < x < 0,\ x > 1$; $\boxed{b}$ $x < -1,\ 0 < x < 1$; $\boxtimes$ $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0,\ x > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

6. La soluzione dell'equazione $\dfrac{\overline{z}}{1+i} - z = 1 - i$ è: $\boxed{a}$ $3 - 5i$; $\boxed{b}$ $-1 - i$; $\boxtimes$ $-4 + 2i$; $\boxed{d}$ $2 - 4i$.

7. Sia $f$ una funzione derivabile con derivata continua e tale che $f(1) = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Allora $\int_0^{+\infty} f(e^{2x})e^{-3x}\,dx =$ $\boxtimes$ $\frac{2}{3}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-x}\,dx$ ; $\boxed{b}$ $2\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{x}\,dx$ ; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-2x}\,dx$ ; $\boxed{d}$ $\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})\,dx$ .

8. Sia $g$ una funzione continua tale che $g(1) = -3$, $g(2) = -2$. Allora esiste una soluzione dell'equazione: $\boxed{a}$ $g(x) = 3 - 3x + 3x^2 - x^3$; $\boxed{b}$ $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3$; $\boxtimes$ $g(x) = 1 - 6x + 6x^2 - 2x^3$ ; $\boxed{d}$ $g(x) = x^3 - 1$.

| ANALISI MATEMATICA 1 | 16 luglio 2010 |
|---|---|

**1. (6 punti)** Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si risolva il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 3e^{2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha\,. \end{cases}$$

Esistono valori di $\alpha$ per cui $\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0$?

Il problema riguarda un'equazione lineare, del II° ordine, a coefficienti costanti, non-omogenea.
Per trovare la soluzione dell'omogenea si considerano le radici del polinomio associato:

$$r^2 + 2r + 1 = 0 \Rightarrow r = -1 \text{ (doppia)}.$$

La soluzione generale dell'omogenea è quindi:

$$y_0(x) = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x}.$$

La soluzione particolare della non-omogenea ha la forma $y_*(x) = Ae^{2x}$.
Si ha $y_*' = 2Ae^{2x}$, $y_*'' = 4Ae^{2x}$, dunque

$$y_*'' + 2y_*' + y_* = (4A + 4A + A)e^{2x} = 3e^{2x},$$

cioè $A = 1/3$ e $y_*(x) = 1/3\, e^{2x}$.
La soluzione generale della non-omogenea è dunque:

$$y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x} + \frac{1}{3} e^{2x}.$$

Imponendo i dati di Cauchy si ha (avendo calcolato
$y' = -c_1 e^{-x} + c_2 e^{-x} - c_2 x e^{-x} + \frac{2}{3} e^{2x}$):

$$0 = y(0) = c_1 + 1/3 \Rightarrow c_1 = -1/3$$
$$\alpha = y'(0) = -c_1 + c_2 + 2/3 \Rightarrow c_2 = \alpha + c_1 - 2/3 = \alpha - 1.$$

La soluzione del problema di Cauchy è

$$\boxed{y(x) = -\frac{1}{3} e^{-x} + (\alpha - 1) x e^{-x} + \frac{1}{3} e^{2x}.}$$

Siccome $x e^{-x} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 0$, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha $(\alpha-1) x e^{-x} \xrightarrow[x\to+\infty]{} 0$, quindi si ha sempre $y(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$, e <u>non</u> esistono valori di $\alpha$ per cui $y(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} 0$.

| ANALISI MATEMATICA 1 | 16 luglio 2010 |
|---|---|

2. **(6 punti)** Sia $f$ definita da

$$f(x) = \frac{x^2+2x+9}{x^2+3x+9}.$$

Determinato il suo insieme di definizione, trovate:
- se esistono, i massimi e minimi locali ed assoluti di $f$ nel suo insieme di definizione;
- i massimi e minimi assoluti di $f$ in $[2,4]$.

La funzione è definita per $x^2+3x+9 \neq 0$. Cercando l'eventuale annullamento, si ha

$$x^2+3x+9=0 \quad \text{per} \quad x = \frac{-3 \mp \sqrt{9-36}}{2}, \text{ radici } \underline{\text{non}} \text{ reali.}$$

Quindi $x^2+3x+9>0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, e l'insieme di definizione di $f(x)$ è $\mathbb{R}$.

Poi si ha $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x\to -\infty} f(x) = 1$; la derivata vale

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x^2+3x+9)-(x^2+2x+9)(2x+3)}{(x^2+3x+9)^2} = \frac{x^2-9}{(x^2+3x+9)^2}.$$

Quindi $f$ è crescente per $x^2-9>0$, cioè $x<-3$ e $x>3$; invece è decrescente per $-3<x<3$. Dunque $x=-3$ è un punto di massimo relativo (e si ha $f(-3)=4/3$), $x=3$ è un punto di minimo relativo (e si ha $f(3) = 8/9$). $\boxed{*}$

Nell'intervallo $[2,4]$ c'è un solo punto di annullamento della derivata (il punto $x=3$), e la funzione decresce per $2<x<3$ e cresce per $3<x<4$. Quindi $x=3$ è il punto di minimo assoluto, mentre occorre confrontare $f(2)$ ed $f(4)$ per verificare qual è il massimo assoluto. Si ha $f(2) = 17/19$, $f(4) = \frac{33}{37}$. Siccome $33 \times 19 = 627 < 629 = 37 \times 17$, si ha $f(4) < f(2)$, e il massimo assoluto si ha per $x=2$ e vale $17/19$.

---

$\boxed{*}$ Siccome $f(-3) = 4/3 > 1 = \lim_{x\to+\infty} f(x)$, il punto $-3$ è un punto di massimo assoluto per $f$ in $\mathbb{R}$: $\max_{x\in\mathbb{R}} f(x) = 4/3$.

Siccome $f(3) = 8/9 < 1 = \lim_{x\to-\infty} f(x)$, il punto $3$ è un punto di minimo assoluto per $f$ in $\mathbb{R}$: $\min_{x\in\mathbb{R}} f(x) = 8/9$.

| ANALISI MATEMATICA 1 | 16 luglio 2010 |
|---|---|

**3.** **(6 punti)** Si determini per quali valori del parametro $x \neq -2$ la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^2} \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^k .$$

è convergente.

Cerchiamo la convergenza assoluta con il criterio del rapporto.

$$\frac{\frac{2^{k+1}}{(k+1)^2}\left|\frac{1+x}{2+x}\right|^{k+1}}{\frac{2^k}{k^2}\left|\frac{1+x}{2+x}\right|^{k}} = 2\frac{k^2}{(k+1)^2}\left|\frac{1+x}{2+x}\right| \xrightarrow[k\to\infty]{} 2\frac{|1+x|}{|2+x|} .$$

Se $2\frac{|1+x|}{|2+x|} < 1$ si ha la convergenza assoluta. Questo accade quando $|2+2x| < |2+x|$, cioè $-|2+x| < 2+2x < |2+x|$.

Se $x \geq -2$, questo significa

$-2-x < 2+2x < 2+x$, cioè $\boxed{-4/3 < x < 0.}$

Se $x < -2$, questo significa

$2+x < 2+2x < -2-x$, cioè $x > 0$ e $x < -4/3$, che è impossibile.

In conclusione, abbiamo convergenza assoluta (e quindi convergenza semplice) per $-4/3 < x < 0$.

Se $\boxed{x < -4/3}$ oppure $\boxed{x > 0}$ il limite del criterio del rapporto risulta $\frac{2|1+x|}{|2+x|} > 1$, dunque $|a_k| \not\to 0$ e $a_k \not\to 0$, per cui la serie <u>non</u> converge.

Se $\boxed{x = -4/3}$, la serie diventa $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^2}\frac{(-1)^k}{2^k} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k^2}$, che è assolutamente convergente, dunque convergente.

Se $\boxed{x = 0}$, la serie diventa $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^2}\frac{1}{2^k} = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}$, che è convergente.

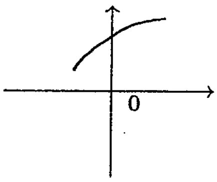
La serie è quindi convergente per $\boxed{-4/3 \leq x \leq 0}$.

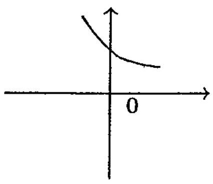
| ANALISI MATEMATICA 1 | | 16 luglio 2010 |
|---|---|---|
| **Cognome:** | **Nome:** | **Matricola:** |

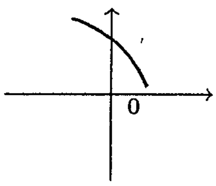
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* $-0.25$.

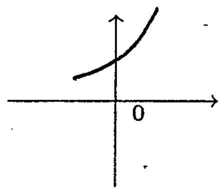
1. Sia $g$ una funzione continua tale che $g(1) = -\frac{3}{4}$, $g(2) = 3$. Allora esiste una soluzione dell'equazione: $\boxed{a}$ $g(x) = 1 - 6x + 6x^2 - 2x^3$ ; $\boxed{b}$ $g(x) = x^3 - 1$; $\boxtimes$ $g(x) = 3 - 3x + 3x^2 - x^3$; $\boxed{d}$ $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3$.

2. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{1-2x}{1+2x^2}$ per $x$ vicino a 0 è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

3. La soluzione dell'equazione $\dfrac{\bar{z}}{1-i} + z = 2 - i$ è: $\boxed{a}$ $-4 + 2i$; $\boxed{b}$ $2 - 4i$; $\boxtimes$ $3 - 5i$; $\boxed{d}$ $-1 - i$.

4. L'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{1 - \cos(2x)}{x^{1+\alpha}(2 + x^\alpha)}\,dx$ è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è: $\boxed{a}$ $2 < \alpha < 4$ ; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$; $\boxtimes$ $1 < \alpha < 2$; $\boxed{d}$ $1 < \alpha < 3$.

5. Sia $f$ una funzione derivabile con derivata continua e tale che $f(1) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Allora $\int_0^{+\infty} f(e^{2x})e^{-x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-2x}\,dx$ ; $\boxed{b}$ $\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})\,dx$ ; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-x}\,dx$ ; $\boxtimes$ $2\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{x}\,dx$ .

6. L'insieme dove la funzione
$$G(x) = \int_0^{2x^2} \frac{t-2}{t^3+3}dt$$
è strettamente crescente è: $\boxed{a}$ $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0$, $x > \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxtimes$ $-1 < x < 0$, $x > 1$; $\boxed{d}$ $x < -1$, $0 < x < 1$.

7. Sia $f$ una funzione continua tale che $\int_2^4 f(x)\,dx = 3$. Allora esiste un numero $x_0 \in [2, 4]$ tale che: $\boxtimes$ $f(x_0) < 2$; $\boxed{b}$ $f(x_0) > 3$; $\boxed{c}$ $f(x_0) > 2$; $\boxed{d}$ $f(x_0) < 1$.

8. La retta perpendicolare al grafico di $y = -3x^2 + 4x$ nel punto di ascissa $x = 1$ è: $\boxed{a}$ $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3}$; $\boxed{b}$ $y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{4}$; $\boxtimes$ $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3}$.

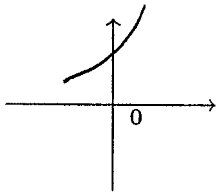
| ANALISI MATEMATICA 1 | | 16 luglio 2010 |
|---|---|---|
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

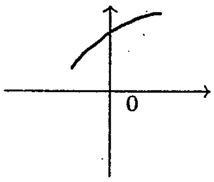
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

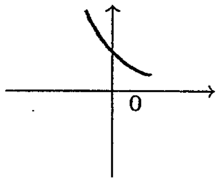
1. Sia $f$ una funzione derivabile con derivata continua e tale che $f(1) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Allora $\int_0^{+\infty} f(e^{2x})e^{-2x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $2\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{x}\,dx$ ; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-2x}\,dx$ ; ☒ $\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})\,dx$ ; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-x}\,dx$ .

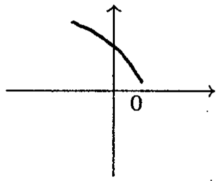
2. L'insieme dove la funzione
$$G(x) = \int_0^{x^2} \frac{2t-1}{2+t^3}dt$$
è strettamente crescente è: $\boxed{a}$ $x < -1,\ 0 < x < 1$; $\boxed{b}$ $x < -\frac{1}{\sqrt{2}},\ 0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$; ☒ $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0,\ x > \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxed{d}$ $-1 < x < 0,\ x > 1$.

3. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{3x+1}{x^2+1}$ per $x$ vicino a 0 è:

$\boxed{a}$ 

; ☒ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. La soluzione dell'equazione $\frac{z}{1+i} + \bar{z} = i + 1$ è: $\boxed{a}$ $-1-i$; $\boxed{b}$ $-4+2i$; ☒ $2-4i$; $\boxed{d}$ $3-5i$.

5. La retta perpendicolare al grafico di $y = 3x^2 - 2x$ nel punto di ascissa $x = 1$ è: $\boxed{a}$ $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$; $\boxed{b}$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$; ☒ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$; $\boxed{d}$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

6. Sia $g$ una funzione continua tale che $g(1) = 3$, $g(2) = 4$. Allora esiste una soluzione dell'equazione: $\boxed{a}$ $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3$; $\boxed{b}$ $g(x) = 1 - 6x + 6x^2 - 2x^3$ ; ☒ $g(x) = x^3 - 1$; $\boxed{d}$ $g(x) = 3 - 3x + 3x^2 - x^3$.

7. L'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_0^1 \frac{\sin(2\sqrt{x})}{x^\alpha(2-x^\alpha)}dx$ è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è: $\boxed{a}$ $1 < \alpha < 3$; $\boxed{b}$ $2 < \alpha < 4$ ; ☒ $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $1 < \alpha < 2$.

8. Sia $f$ una funzione continua tale che $\int_1^4 f(x)\,dx = 5$. Allora esiste un numero $x_0 \in [1, 4]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0) < 1$; ☒ $f(x_0) < 2$; $\boxed{c}$ $f(x_0) > 3$; $\boxed{d}$ $f(x_0) > 2$.

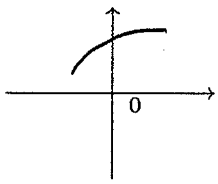
| ANALISI MATEMATICA 1 | | 16 luglio 2010 |
|---|---|---|
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

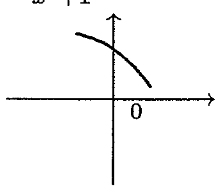
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

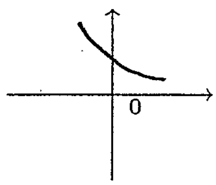
1. La retta perpendicolare al grafico di $y = 2x^2 - x$ nel punto di ascissa $x = 1$ è:
$\boxed{a}$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$; $\boxtimes$ $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$; $\boxed{c}$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$.

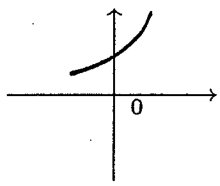
2. Sia $g$ una funzione continua tale che $g(1) = -\frac{3}{4}$, $g(2) = 3$. Allora esiste una soluzione dell'equazione: $\boxtimes$ $g(x) = 3 - 3x + 3x^2 - x^3$; $\boxed{b}$ $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3$; $\boxed{c}$ $g(x) = 1 - 6x + 6x^2 - 2x^3$ ; $\boxed{d}$ $g(x) = x^3 - 1$.

3. L'insieme dove la funzione
$$G(x) = \int_0^{2x^2} \frac{t-2}{t^3+3}dt$$
è strettamente crescente è: $\boxtimes$ $-1 < x < 0$, $x > 1$; $\boxed{b}$ $x < -1$, $0 < x < 1$; $\boxed{c}$ $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0$, $x > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

4. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{3x+1}{x^2+1}$ per $x$ vicino a 0 è:
$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. Sia $f$ una funzione continua tale che $\int_1^3 f(x)\,dx = 5$. Allora esiste un numero $x_0 \in [1,3]$ tale che: $\boxtimes$ $f(x_0) > 2$; $\boxed{b}$ $f(x_0) < 1$; $\boxed{c}$ $f(x_0) < 2$; $\boxed{d}$ $f(x_0) > 3$.

6. Sia $f$ una funzione derivabile con derivata continua e tale che $f(1) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Allora $\int_0^{+\infty} f(e^{2x})e^{-x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{2}{3}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-x}\,dx$ ; $\boxtimes$ $2\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{x}\,dx$ ; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-2x}\,dx$ ; $\boxed{d}$ $\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})\,dx$ .

7. La soluzione dell'equazione $\frac{\overline{z}}{1+i} - z = 1 - i$ è: $\boxed{a}$ $3 - 5i$; $\boxed{b}$ $-1 - i$; $\boxtimes$ $-4 + 2i$; $\boxed{d}$ $2 - 4i$.

8. L'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_0^1 \frac{e^{2x^2} - 1}{\sqrt{x^{2+\alpha}}(1 + x^\alpha)}dx$ è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è: $\boxed{a}$ $1 < \alpha < 2$; $\boxed{b}$ $1 < \alpha < 3$; $\boxtimes$ $2 < \alpha < 4$ ; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 16 luglio 2010 |
|---|---|---|
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* $-0.25$.

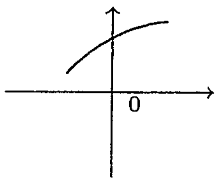
1. La soluzione dell'equazione $\dfrac{\overline{z}}{1-i} + z = 2 - i$ è: $\boxed{a}$ $-1-i$; $\boxed{b}$ $-4+2i$; $\boxed{c}$ $2-4i$; $\boxtimes$ $3-5i$.

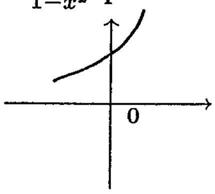
2. Sia $f$ una funzione continua tale che $\int_1^5 f(x)\,dx = 9$. Allora esiste un numero $x_0 \in [1,5]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0) < 1$; $\boxed{b}$ $f(x_0) < 2$; $\boxed{c}$ $f(x_0) > 3$; $\boxtimes$ $f(x_0) > 2$.

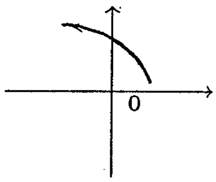
3. La retta perpendicolare al grafico di $y = -3x^2 + 4x$ nel punto di ascissa $x = 1$ è: $\boxed{a}$ $y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3}$; $\boxed{b}$ $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3}$; $\boxed{c}$ $y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{4}$; $\boxtimes$ $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$.

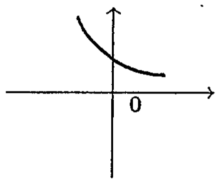
4. Sia $f$ una funzione derivabile con derivata continua e tale che $f(1) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Allora $\int_0^{+\infty} f(e^{2x})e^{-4x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $2\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{x}\,dx$ ; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-2x}\,dx$ ; $\boxed{c}$ $\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})\,dx$ ; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-x}\,dx$ .

5. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{2x+1}{1-x^2}$ per $x$ vicino a 0 è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. L'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{1-\cos(2x)}{x^{1+\alpha}(2+x^\alpha)}\,dx$ è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è: $\boxed{a}$ $1 < \alpha < 3$; $\boxed{b}$ $2 < \alpha < 4$ ; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$; $\boxtimes$ $1 < \alpha < 2$.

7. Sia $g$ una funzione continua tale che $g(1) = 3$, $g(2) = 4$. Allora esiste una soluzione dell'equazione: $\boxed{a}$ $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3$; $\boxed{b}$ $g(x) = 1 - 6x + 6x^2 - 2x^3$ ; $\boxtimes$ $g(x) = x^3 - 1$; $\boxed{d}$ $g(x) = 3 - 3x + 3x^2 - x^3$.

8. L'insieme dove la funzione

$$G(x) = \int_0^{x^2} \frac{2t-1}{2+t^3}\,dt$$

è strettamente crescente è: $\boxed{a}$ $x < -1$, $0 < x < 1$; $\boxed{b}$ $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxtimes$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0$, $x > \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxed{d}$ $-1 < x < 0$, $x > 1$.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 16 luglio 2010 |
| --- | --- | --- |
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* $-0.25$.

1. L'insieme dove la funzione
$$G(x) = \int_0^{x^2} \frac{1-t}{1+t^3}dt$$
è strettamente crescente è: [a] $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0,\ x > \frac{1}{\sqrt{2}}$; [b] $-1 < x < 0,\ x > 1$; [X] $x < -1,\ 0 < x < 1$; [d] $x < -\frac{1}{\sqrt{2}},\ 0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$.

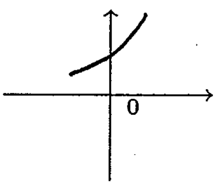
2. La soluzione dell'equazione $\frac{z}{1-i} - \overline{z} = 1 - 2i$ è: [a] $2-4i$; [b] $3-5i$; [X] $-1-i$; [d] $-4+2i$.

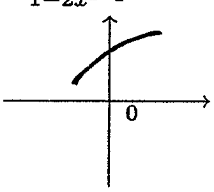
3. L'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{\log(1+3\sqrt{x})}{\sqrt{x^\alpha}(3-x^\alpha)}\,dx$ è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è: [a] $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$; [b] $1 < \alpha < 2$; [X] $1 < \alpha < 3$; [d] $2 < \alpha < 4$ .

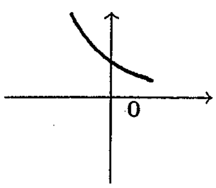
4. Sia $f$ una funzione continua tale che $\int_1^5 f(x)\,dx = 9$. Allora esiste un numero $x_0 \in [1,5]$ tale che: [a] $f(x_0) > 3$; [X] $f(x_0) > 2$; [c] $f(x_0) < 1$; [d] $f(x_0) < 2$.

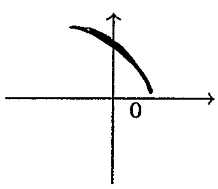
5. Sia $g$ una funzione continua tale che $g(1) = -\frac{1}{2}$, $g(2) = -1$. Allora esiste una soluzione dell'equazione: [a] $g(x) = x^3 - 1$; [b] $g(x) = 3 - 3x + 3x^2 - x^3$; [X] $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3$; [d] $g(x) = 1 - 6x + 6x^2 - 2x^3$ .

6. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{1-x}{1-2x^2}$ per $x$ vicino a 0 è:

[a] 

; [b] 

; [X] 

; [d] 

.

7. La retta perpendicolare al grafico di $y = 2x^2 - x$ nel punto di ascissa $x = 1$ è: [a] $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$; [b] $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$; [X] $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$; [d] $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

8. Sia $f$ una funzione derivabile con derivata continua e tale che $f(1) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Allora $\int_0^{+\infty} f(e^{2x})e^{-4x}\,dx$ = [a] $\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})\,dx$ ; [b] $\frac{2}{3}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-x}\,dx$ ; [c] $2\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{x}\,dx$ ; [X] $\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-2x}\,dx$ .

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 16 luglio 2010 |
|---|---|---|
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Sia $f$ una funzione continua tale che $\int_1^4 f(x)\,dx = 5$. Allora esiste un numero $x_0 \in [1,4]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0) > 3$; $\boxed{b}$ $f(x_0) > 2$; $\boxed{c}$ $f(x_0) < 1$; $\boxtimes$ $f(x_0) < 2$.

2. Sia $f$ una funzione derivabile con derivata continua e tale che $f(1) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Allora $\int_0^{+\infty} f(e^{2x})e^{-2x}\,dx =$ $\boxtimes$ $\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})\,dx$ ; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-x}\,dx$ ; $\boxed{c}$ $2\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{x}\,dx$ ; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-2x}\,dx$ .

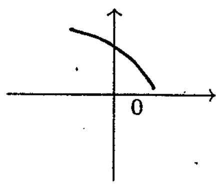
3. Sia $g$ una funzione continua tale che $g(1) = -\frac{1}{2}$, $g(2) = -1$. Allora esiste una soluzione dell'equazione: $\boxed{a}$ $g(x) = x^3 - 1$; $\boxed{b}$ $g(x) = 3 - 3x + 3x^2 - x^3$; $\boxtimes$ $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3$; $\boxed{d}$ $g(x) = 1 - 6x + 6x^2 - 2x^3$ .

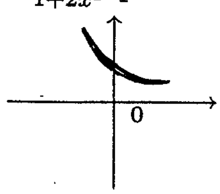
4. L'insieme dove la funzione
$$G(x) = \int_0^{2x^2} \frac{1-t}{t^3+2}dt$$
è strettamente crescente è: $\boxed{a}$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0$, $x > \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxed{b}$ $-1 < x < 0$, $x > 1$; $\boxed{c}$ $x < -1$, $0 < x < 1$; $\boxtimes$ $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$.

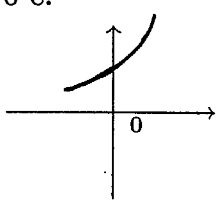
5. L'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{\log(1+3\sqrt{x})}{\sqrt{x^\alpha}(3-x^\alpha)}\,dx$ è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $1 < \alpha < 2$; $\boxtimes$ $1 < \alpha < 3$; $\boxed{d}$ $2 < \alpha < 4$ .

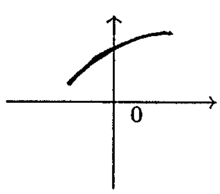
6. La retta perpendicolare al grafico di $y = -4x^2 + 5x$ nel punto di ascissa $x = 1$ è: $\boxed{a}$ $y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{4}$; $\boxed{b}$ $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3}$; $\boxtimes$ $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3}$.

7. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{1-2x}{1+2x^2}$ per $x$ vicino a 0 è:

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. La soluzione dell'equazione $\dfrac{z}{1+i} + \overline{z} = i + 1$ è: $\boxtimes$ $2 - 4i$; $\boxed{b}$ $3 - 5i$; $\boxed{c}$ $-1 - i$; $\boxed{d}$ $-4 + 2i$.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 16 luglio 2010 |
|---|---|---|
| **Cognome:** | **Nome:** | **Matricola:** |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* $-0.25$.

1. L'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin(2\sqrt{x})}{x^\alpha(2-x^\alpha)}\,dx$ è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è: $\boxed{a}$ $2 < \alpha < 4$ ; $\xcancel{\boxed{b}}$ $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $1 < \alpha < 2$; $\boxed{d}$ $1 < \alpha < 3$.

2. La retta perpendicolare al grafico di $y = 3x^2 - 2x$ nel punto di ascissa $x = 1$ è: $\boxed{a}$ $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3}$; $\xcancel{\boxed{b}}$ $y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{4}$; $\boxed{c}$ $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3}$.

3. Sia $f$ una funzione derivabile con derivata continua e tale che $f(1) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Allora $\int_0^{+\infty} f(e^{2x})e^{-3x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-2x}\,dx$ ; $\boxed{b}$ $\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})\,dx$ ; $\xcancel{\boxed{c}}$ $\frac{2}{3}\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{-x}\,dx$ ; $\boxed{d}$ $2\int_0^{+\infty} f'(e^{2x})e^{x}\,dx$ .

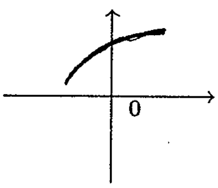
4. Sia $g$ una funzione continua tale che $g(1) = -3$, $g(2) = -2$. Allora esiste una soluzione dell'equazione: $\xcancel{\boxed{a}}$ $g(x) = 1 - 6x + 6x^2 - 2x^3$ ; $\boxed{b}$ $g(x) = x^3 - 1$; $\boxed{c}$ $g(x) = 3 - 3x + 3x^2 - x^3$; $\boxed{d}$ $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3$.

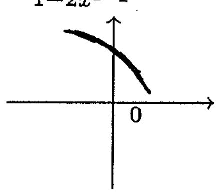
5. La soluzione dell'equazione $\dfrac{z}{1-i} - \bar{z} = 1 - 2i$ è: $\boxed{a}$ $-4 + 2i$; $\boxed{b}$ $2 - 4i$; $\boxed{c}$ $3 - 5i$; $\xcancel{\boxed{d}}$ $-1 - i$.

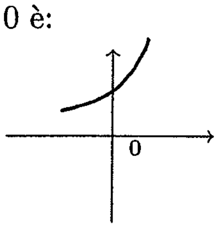
6. Sia $f$ una funzione continua tale che $\int_2^4 f(x)\,dx = 3$. Allora esiste un numero $x_0 \in [2,4]$ tale che: $\xcancel{\boxed{a}}$ $f(x_0) < 2$; $\boxed{b}$ $f(x_0) > 3$; $\boxed{c}$ $f(x_0) > 2$; $\boxed{d}$ $f(x_0) < 1$.

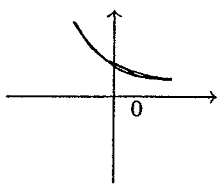
7. L'insieme dove la funzione
$$G(x) = \int_0^{x^2} \frac{1-t}{1+t^3}dt$$
è strettamente crescente è: $\boxed{a}$ $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0$, $x > \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\boxed{c}$ $-1 < x < 0$, $x > 1$; $\xcancel{\boxed{d}}$ $x < -1$, $0 < x < 1$.

8. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{1-x}{1-2x^2}$ per $x$ vicino a 0 è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\xcancel{\boxed{d}}$ 

.