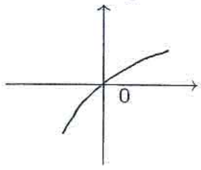
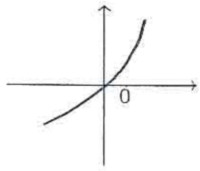
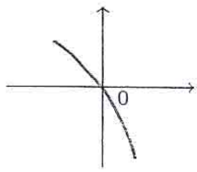
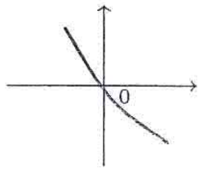
ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		16 luglio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $(1-x)\sin(2x)$ vicino all'origine ha il grafico:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

2.
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{2x}\int_0^{2x} \arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt =$$

$\boxed{a}$ $\frac{\pi}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{\pi}{4}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ π.

3. Siano $g(y) = y^2 - 1$ e $f(x) = 2x + 1$. La retta tangente al grafico della funzione composta $g \circ f$ nel punto $(1, (g \circ f)(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = 4 - 4x$; $\boxed{b}$ $y = 4 - 12x$; $\boxed{c}$ $y = 4x - 4$; $\boxed{d}$ $y = 12x - 4$.

4. Determinare l'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico di
$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{se } -1 \le x < 0 \\ -1/2 & \text{se } x = 0 \\ \sin(\pi x/2) & \text{se } 0 < x \le 1 \end{cases}.$$
$\boxed{a}$ $2/3 + e$; $\boxed{b}$ $3 + 2/\pi$; $\boxed{c}$ $5/4 + 2/\pi$; $\boxed{d}$ $17/3 - e$.

5. L'insieme dei numeri reali α per i quali $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin t}{t^{5\alpha}}\, dt < +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\alpha < \frac{1}{5}$; $\boxed{b}$ $\alpha \ge \frac{2}{5}$; $\boxed{c}$ $\alpha \ge \frac{1}{5}$; $\boxed{d}$ $\alpha < \frac{2}{5}$.

6. Se la relazione $\int_{-3}^{-1} f(x) = 1$ è vera, quale delle seguenti risposte è corretta? $\boxed{a}$ Esiste $x_0 \in (-3,-1)$ tale che $f(x_0) = 1$; $\boxed{b}$ Esiste $x_0 \in (-3,-1)$ tale che $f(x_0) = 1/2$; $\boxed{c}$ La funzione assume solo valori positivi ; $\boxed{d}$ Nessuna funzione continua può soddisfare la relazione.

7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Se $f(0) = 0$ e $f'(x) < -2$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $f(-1) > -2$ (ma non è certo che sia $f(-1) > 2$); $\boxed{b}$ $f(-1) < 2$ (ma non è certo che sia $f(-1) < -2$); $\boxed{c}$ $f(-1) > 2$; $\boxed{d}$ $f(-1) < -2$.

8. Indicate l'insieme dei numeri complessi $z = x + iy$ che soddisfano la disuguaglianza
$$Re\,(z^2 - 1/2) \ge 1/2 - (Re\, z)^2 + (Im\, z)^2.$$
$\boxed{a}$ $x^2 - y^2 \ge 2$; $\boxed{b}$ $x^2 - y^2 \ge 3$; $\boxed{c}$ $x^2 - y^2 \ge 1/2$; $\boxed{d}$ $x^2 - y^2 \ge 1$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		16 luglio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

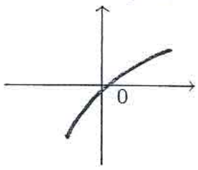
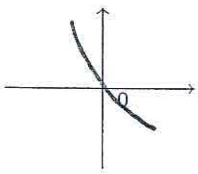
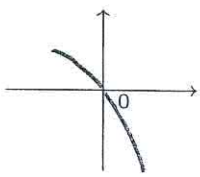
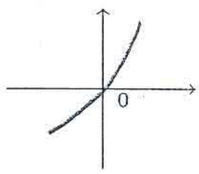
1. Se la relazione $\int_{-2}^{3} f(x) = 10$ è vera, quale delle seguenti risposte è corretta? $\boxed{\cancel{a}}$ Esiste $x_0 \in (-2, 3)$ tale che $f(x_0) = 2$; $\boxed{b}$ La funzione assume solo valori positivi ; $\boxed{c}$ Nessuna funzione continua può soddisfare la relazione; $\boxed{d}$ Esiste $x_0 \in (-2, 3)$ tale che $f(x_0) = 10$.

2. Siano $g(y) = y^2 - 1$ e $f(x) = 2x + 1$. La retta tangente al grafico della funzione composta $g \circ f$ nel punto $(1, (g \circ f)(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = 4 - 12x$; $\boxed{b}$ $y = 4x - 4$; $\boxed{\cancel{c}}$ $y = 12x - 4$; $\boxed{d}$ $y = 4 - 4x$.

3. Determinare l'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico di
$$g(x) = \begin{cases} e^{-x} + 1 & \text{se } -1 \le x < 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ x^2 - 1 & \text{se } 0 < x \le 1 \end{cases} .$$
$\boxed{a}$ $3 + 2/\pi$; $\boxed{b}$ $5/4 + 2/\pi$; $\boxed{c}$ $17/3 - e$; $\boxed{\cancel{d}}$ $2/3 + e$.

4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Se $f(0) = 0$ e $f'(x) > 2$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $f(-1) < 2$ (ma non è certo che sia $f(-1) < -2$); $\boxed{b}$ $f(-1) > 2$; $\boxed{\cancel{c}}$ $f(-1) < -2$; $\boxed{d}$ $f(-1) > -2$ (ma non è certo che sia $f(-1) > 2$).

5. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $(x+1)\log(1-2x)$ vicino all'origine ha il grafico:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{\cancel{c}}$  ; $\boxed{d}$  .

6. $$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} \int_0^x \arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt =$$
$\boxed{a}$ $\frac{\pi}{4}$; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ π; $\boxed{\cancel{d}}$ $\frac{\pi}{2}$.

7. Indicate l'insieme dei numeri complessi $z = x + iy$ che soddisfano la disuguaglianza
$$Re\,(z^2 - 1) \ge 1 - (Re\, z)^2 + (Im\, z)^2.$$
$\boxed{a}$ $x^2 - y^2 \ge 3$; $\boxed{b}$ $x^2 - y^2 \ge 1/2$; $\boxed{\cancel{c}}$ $x^2 - y^2 \ge 1$; $\boxed{d}$ $x^2 - y^2 \ge 2$.

8. L'insieme dei numeri reali α per i quali $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin t}{t^{2\alpha}}\, dt = +\infty$ è: $\boxed{\cancel{a}}$ $\alpha \ge 1$; $\boxed{b}$ $\alpha \ge \frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $\alpha < 1$; $\boxed{d}$ $\alpha < \frac{1}{2}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		16 luglio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

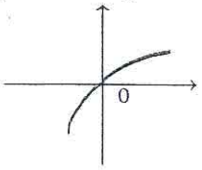
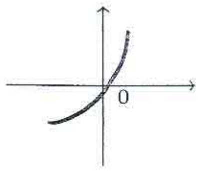
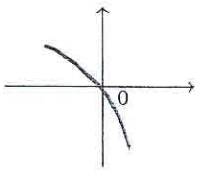
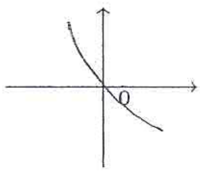
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Indicate l'insieme dei numeri complessi $z = x + iy$ che soddisfano la disuguaglianza

$$Re\,(z^2 - 3) \geq 1 - (Re\,z)^2 + (Im\,z)^2.$$

[a] $x^2 - y^2 \geq 1/2$; [b] $x^2 - y^2 \geq 1$; [c] $x^2 - y^2 \geq 2$; [d] $x^2 - y^2 \geq 3$.

2. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $(2x + 1)\log(1 + x)$ vicino all'origine ha il grafico:

[a]  ; [b]  ; [c]  ; [d]  .

3. Se la relazione $\int_{-2}^{1} f(x) = -12$ è vera, quale delle seguenti risposte è corretta? [a] La funzione assume solo valori negativi ; [b] Nessuna funzione continua può soddisfare la relazione; [c] Esiste $x_0 \in (-2, 1)$ tale che $f(x_0) = -12$; [d] Esiste $x_0 \in (-2, 1)$ tale che $f(x_0) = -4$.

4.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{2x} \int_0^x \arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt =$$

[a] 0; [b] π; [c] $\frac{\pi}{2}$; [d] $\frac{\pi}{4}$.

5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Se $f(0) = 0$ e $f'(x) > 2$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora è sempre vero che: [a] $f(-1) > 2$; [b] $f(-1) < -2$; [c] $f(-1) > -2$ (ma non è certo che sia $f(-1) > 2$); [d] $f(-1) < 2$ (ma non è certo che sia $f(-1) < -2$).

6. L'insieme dei numeri reali α per i quali $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin t}{t^{3\alpha}}\, dt < +\infty$ è: [a] $\alpha \geq \frac{1}{3}$; [b] $\alpha < \frac{2}{3}$; [c] $\alpha < \frac{1}{3}$; [d] $\alpha \geq \frac{2}{3}$.

7. Siano $g(y) = 1 - y^2$ e $f(x) = 1 + 2x$. La retta tangente al grafico della funzione composta $g \circ f$ nel punto $(1, (g \circ f)(1))$ è: [a] $y = 4x - 4$; [b] $y = 12x - 4$; [c] $y = 4 - 4x$; [d] $y = 4 - 12x$.

8. Determinare l'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico di

$$g(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ -1 & \text{se } x = 0 \\ e^x - 3 & \text{se } 0 < x \leq 1 \end{cases}.$$

[a] $5/4 + 2/\pi$; [b] $17/3 - e$; [c] $2/3 + e$; [d] $3 + 2/\pi$.

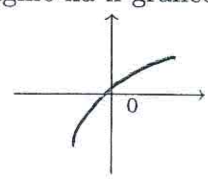
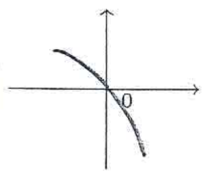
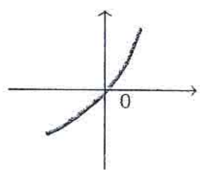
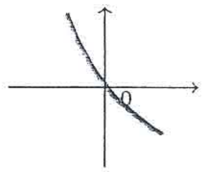
ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		16 luglio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Se $f(0) = 0$ e $f'(x) < 2$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $f(-1) < 2$ (ma non è certo che sia $f(-1) < -2$); $\boxed{b}$ $f(-1) > 2$; $\boxed{c}$ $f(-1) < -2$; $\boxed{d}$ $f(-1) > -2$ (ma non è certo che sia $f(-1) > 2$).

2. L'insieme dei numeri reali α per i quali $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin t}{t^{2\alpha}}\, dt = +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\alpha \geq 1$; $\boxed{b}$ $\alpha \geq \frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $\alpha < 1$; $\boxed{d}$ $\alpha < \frac{1}{2}$.

3. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $(x+1)\log(1-2x)$ vicino all'origine ha il grafico:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

4. Se la relazione $\int_{-2}^{3} f(x) = 10$ è vera, quale delle seguenti risposte è corretta? $\boxed{a}$ Esiste $x_0 \in (-2,3)$ tale che $f(x_0) = 2$; $\boxed{b}$ La funzione assume solo valori positivi ; $\boxed{c}$ Nessuna funzione continua può soddisfare la relazione; $\boxed{d}$ Esiste $x_0 \in (-2,3)$ tale che $f(x_0) = 10$.

5. Determinare l'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico di
$$g(x) = \begin{cases} e^{-x}+1 & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ x^2 - 1 & \text{se } 0 < x \leq 1 \end{cases}.$$
$\boxed{a}$ $3 + 2/\pi$; $\boxed{b}$ $5/4 + 2/\pi$; $\boxed{c}$ $17/3 - e$; $\boxed{d}$ $2/3 + e$.

6. Indicate l'insieme dei numeri complessi $z = x + iy$ che soddisfano la disuguaglianza
$$Re\,(z^2 - 1) \geq 1 - (Re\, z)^2 + (Im\, z)^2.$$
$\boxed{a}$ $x^2 - y^2 \geq 3$; $\boxed{b}$ $x^2 - y^2 \geq 1/2$; $\boxed{c}$ $x^2 - y^2 \geq 1$; $\boxed{d}$ $x^2 - y^2 \geq 2$.

7.
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} \int_0^x \arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt =$$
$\boxed{a}$ $\frac{\pi}{4}$; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ π; $\boxed{d}$ $\frac{\pi}{2}$.

8. Siano $g(y) = 1 - y^2$ e $f(x) = 2x - 1$. La retta tangente al grafico della funzione composta $g \circ f$ nel punto $(1, (g \circ f)(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = 4 - 12x$; $\boxed{b}$ $y = 4x - 4$; $\boxed{c}$ $y = 12x - 4$; $\boxed{d}$ $y = 4 - 4x$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		16 luglio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

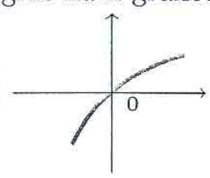
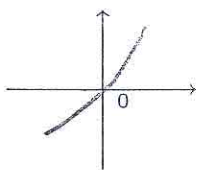
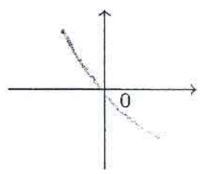
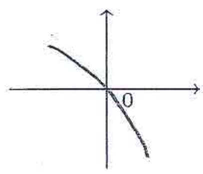
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Determinare l'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico di
$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{se } -1 \le x < 0 \\ -1/2 & \text{se } x = 0 \\ \sin(\pi x/2) & \text{se } 0 < x \le 1 \end{cases}.$$
$\boxed{a}$ $2/3 + e$; $\boxed{b}$ $3 + 2/\pi$; ☒ $5/4 + 2/\pi$; $\boxed{d}$ $17/3 - e$.

2. Indicate l'insieme dei numeri complessi $z = x + iy$ che soddisfano la disuguaglianza
$$Re\,(z^2 - 1/2) \ge 1/2 - (Re\,z)^2 + (Im\,z)^2.$$
$\boxed{a}$ $x^2 - y^2 \ge 2$; $\boxed{b}$ $x^2 - y^2 \ge 3$; ☒ $x^2 - y^2 \ge 1/2$; $\boxed{d}$ $x^2 - y^2 \ge 1$.

3. L'insieme dei numeri reali α per i quali $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin t}{t^{5\alpha}}\,dt < +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\alpha < \frac{1}{5}$; $\boxed{b}$ $\alpha \ge \frac{2}{5}$; $\boxed{c}$ $\alpha \ge \frac{1}{5}$; ☒ $\alpha < \frac{2}{5}$.

4. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $(x-2)\sin(2x)$ vicino all'origine ha il grafico:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; ☒  ; $\boxed{d}$  .

5. Siano $g(y) = y^2 - 1$ e $f(x) = 1 - 2x$. La retta tangente al grafico della funzione composta $g \circ f$ nel punto $(1, (g \circ f)(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = 4 - 4x$; $\boxed{b}$ $y = 4 - 12x$; ☒ $y = 4x - 4$; $\boxed{d}$ $y = 12x - 4$.

6. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Se $f(0) = 0$ e $f'(x) < -2$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $f(-1) > -2$ (ma non è certo che sia $f(-1) > 2$); $\boxed{b}$ $f(-1) < 2$ (ma non è certo che sia $f(-1) < -2$); ☒ $f(-1) > 2$; $\boxed{d}$ $f(-1) < -2$.

7. Se la relazione $\int_{-3}^{-1} f(x) = 1$ è vera, quale delle seguenti risposte è corretta? $\boxed{a}$ Esiste $x_0 \in (-3, -1)$ tale che $f(x_0) = 1$; ☒ Esiste $x_0 \in (-3, -1)$ tale che $f(x_0) = 1/2$; $\boxed{c}$ La funzione assume solo valori positivi ; $\boxed{d}$ Nessuna funzione continua può soddisfare la relazione.

8.
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{2x} \int_0^{2x} \arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt =$$
☒ $\frac{\pi}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{\pi}{4}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ π.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		16 luglio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. L'insieme dei numeri reali α per i quali $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin t}{t^{4\alpha}}\,dt = +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\alpha < \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\alpha < \frac{1}{4}$; $\boxtimes$ $\alpha \geq \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\alpha \geq \frac{1}{4}$.

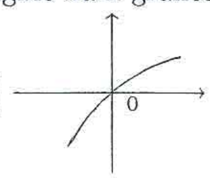
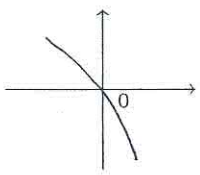
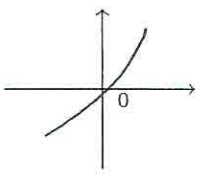
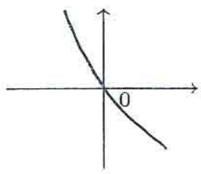
2. Se la relazione $\int_2^4 f(x) = -1$ è vera, quale delle seguenti risposte è corretta? $\boxed{a}$ Nessuna funzione continua può soddisfare la relazione; $\boxed{b}$ Esiste $x_0 \in (2,4)$ tale che $f(x_0) = -1$; $\boxtimes$ Esiste $x_0 \in (2,4)$ tale che $f(x_0) = -1/2$; $\boxed{d}$ La funzione assume solo valori negativi .

3. $$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x}\int_0^{2x} \arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt =$$
$\boxtimes$ π; $\boxed{b}$ $\frac{\pi}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{\pi}{4}$; $\boxed{d}$ 0.

4. Siano $g(y) = y^2 - 1$ e $f(x) = 1 - 2x$. La retta tangente al grafico della funzione composta $g \circ f$ nel punto $(1, (g \circ f)(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = 12x - 4$; $\boxed{b}$ $y = 4 - 4x$; $\boxed{c}$ $y = 4 - 12x$; $\boxtimes$ $y = 4x - 4$.

5. Indicate l'insieme dei numeri complessi $z = x + iy$ che soddisfano la disuguaglianza
$$Re\,(z^2 - 2) \geq 4 - (Re\,z)^2 + (Im\,z)^2.$$
$\boxed{a}$ $x^2 - y^2 \geq 1$; $\boxed{b}$ $x^2 - y^2 \geq 2$; $\boxtimes$ $x^2 - y^2 \geq 3$; $\boxed{d}$ $x^2 - y^2 \geq 1/2$.

6. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $(x-2)\sin(2x)$ vicino all'origine ha il grafico:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxtimes$  .

7. Determinare l'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico di
$$g(x) = \begin{cases} \cos(\pi x/2) + 2 & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ 1/2 & \text{se } x = 0 \\ e^x - e & \text{se } 0 < x \leq 1 \end{cases}.$$
$\boxed{a}$ $17/3 - e$; $\boxed{b}$ $2/3 + e$; $\boxtimes$ $3 + 2/\pi$; $\boxed{d}$ $5/4 + 2/\pi$.

8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Se $f(0) = 0$ e $f'(x) > -2$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $f(-1) < -2$; $\boxed{b}$ $f(-1) > -2$ (ma non è certo che sia $f(-1) > 2$); $\boxtimes$ $f(-1) < 2$ (ma non è certo che sia $f(-1) < -2$); $\boxed{d}$ $f(-1) > 2$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		16 luglio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Siano $g(y) = 1 - y^2$ e $f(x) = 1 + 2x$. La retta tangente al grafico della funzione composta $g \circ f$ nel punto $(1, (g \circ f)(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = 12x - 4$; $\boxed{b}$ $y = 4 - 4x$; $\boxtimes$ $y = 4 - 12x$; $\boxed{d}$ $y = 4x - 4$.

2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Se $f(0) = 0$ e $f'(x) > -2$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $f(-1) < -2$; $\boxed{b}$ $f(-1) > -2$ (ma non è certo che sia $f(-1) > 2$); $\boxtimes$ $f(-1) < 2$ (ma non è certo che sia $f(-1) < -2$); $\boxed{d}$ $f(-1) > 2$.

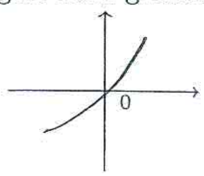
3. Indicate l'insieme dei numeri complessi $z = x + iy$ che soddisfano la disuguaglianza
$$Re\,(z^2 - 2) \geq 4 - (Re\, z)^2 + (Im\, z)^2.$$
$\boxed{a}$ $x^2 - y^2 \geq 1$; $\boxed{b}$ $x^2 - y^2 \geq 2$; $\boxtimes$ $x^2 - y^2 \geq 3$; $\boxed{d}$ $x^2 - y^2 \geq 1/2$.

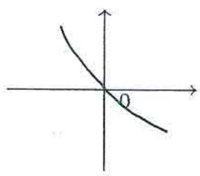
4. L'insieme dei numeri reali α per i quali $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin t}{t^{4\alpha}}\, dt = +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\alpha < \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\alpha < \frac{1}{4}$; $\boxtimes$ $\alpha \geq \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\alpha \geq \frac{1}{4}$.

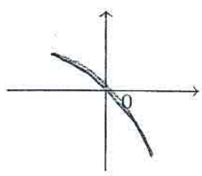
5. $$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} \int_0^{2x} \arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt =$$
$\boxtimes$ π; $\boxed{b}$ $\frac{\pi}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{\pi}{4}$; $\boxed{d}$ 0.

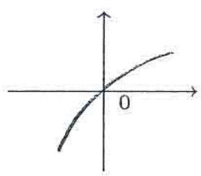
6. Determinare l'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico di
$$g(x) = \begin{cases} \cos(\pi x/2) + 2 & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ 1/2 & \text{se } x = 0 \\ e^x - e & \text{se } 0 < x \leq 1 \end{cases}.$$
$\boxed{a}$ $17/3 - e$; $\boxed{b}$ $2/3 + e$; $\boxtimes$ $3 + 2/\pi$; $\boxed{d}$ $5/4 + 2/\pi$.

7. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $(2x+1)\log(1+x)$ vicino all'origine ha il grafico:

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. Se la relazione $\int_2^4 f(x) = -1$ è vera, quale delle seguenti risposte è corretta? $\boxed{a}$ Nessuna funzione continua può soddisfare la relazione; $\boxed{b}$ Esiste $x_0 \in (2,4)$ tale che $f(x_0) = -1$; $\boxtimes$ Esiste $x_0 \in (2,4)$ tale che $f(x_0) = -1/2$; $\boxed{d}$ La funzione assume solo valori negativi .

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello		16 luglio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1.
$$\lim_{x\to 0+} \frac{1}{2x} \int_0^x \arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt =$$

[a] 0; [b] π; [c] $\frac{\pi}{2}$; [X] $\frac{\pi}{4}$.

2. Determinare l'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico di
$$g(x) = \begin{cases} 2x^2+1 & \text{se } -1 \le x < 0 \\ -1 & \text{se } x = 0 \\ e^x - 3 & \text{se } 0 < x \le 1 \end{cases}.$$
[a] $5/4 + 2/\pi$; [X] $17/3 - e$; [c] $2/3 + e$; [d] $3 + 2/\pi$.

3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Se $f(0) = 0$ e $f'(x) < 2$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora è sempre vero che: [a] $f(-1) > 2$; [b] $f(-1) < -2$; [X] $f(-1) > -2$ (ma non è certo che sia $f(-1) > 2$); [d] $f(-1) < 2$ (ma non è certo che sia $f(-1) < -2$).

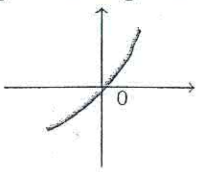
4. Indicate l'insieme dei numeri complessi $z = x + iy$ che soddisfano la disuguaglianza
$$Re\,(z^2 - 3) \ge 1 - (Re\,z)^2 + (Im\,z)^2.$$
[a] $x^2 - y^2 \ge 1/2$; [b] $x^2 - y^2 \ge 1$; [X] $x^2 - y^2 \ge 2$; [d] $x^2 - y^2 \ge 3$.

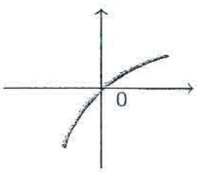
5. Se la relazione $\int_{-2}^{1} f(x) = -12$ è vera, quale delle seguenti risposte è corretta? [a] La funzione assume solo valori negativi ; [b] Nessuna funzione continua può soddisfare la relazione; [c] Esiste $x_0 \in (-2, 1)$ tale che $f(x_0) = -12$; [X] Esiste $x_0 \in (-2, 1)$ tale che $f(x_0) = -4$.

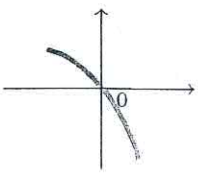
6. Siano $g(y) = 1 - y^2$ e $f(x) = 2x - 1$. La retta tangente al grafico della funzione composta $g \circ f$ nel punto $(1, (g \circ f)(1))$ è: [a] $y = 4x - 4$; [b] $y = 12x - 4$; [X] $y = 4 - 4x$; [d] $y = 4 - 12x$.

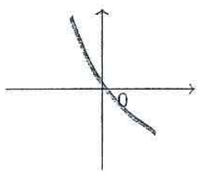
7. L'insieme dei numeri reali α per i quali $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin t}{t^{3\alpha}}\, dt < +\infty$ è: [a] $\alpha \ge \frac{1}{3}$; [X] $\alpha < \frac{2}{3}$; [c] $\alpha < \frac{1}{3}$; [d] $\alpha \ge \frac{2}{3}$.

8. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $(1 - x)\sin(2x)$ vicino all'origine ha il grafico:

[a] 

; [X] 

; [c] 

; [d] 

.

ANALISI MATEMATICA 1	16 luglio 2012

1. (6 punti) Determinare il grafico qualitativo di

$$f(x) = (x^2 + 2x)e^{-(x+1)},$$

stabilendone: dominio, limiti, asintoti, continuità e derivabilità, punti di massimo e minimo relativo, punti di flesso.

Il dominio è (ovviamente...) tutto $\mathbb{R}$ (gli "ingredienti" di f sono polinomi ed esponenziali). Inoltre f è (ovviamente) derivabile in $\mathbb{R}$.

Si ha [dunque $y=0$ asintoto orizzontale a $+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+2x}{e^{x+1}} = 0$$ (l'esponenziale diverge più rapidamente dei polinomi...)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$$ (ambedue i fattori (x^2+2x) e $e^{-(x+1)}$ tendono a $+\infty$).

Per controllare se a $-\infty$ c'è un asintoto obliquo, si calcola

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} (x+2)e^{-(x+1)} = +\infty,$$ e dunque non c'è asintoto obliquo a $-\infty$.

Si ha anche, banalmente, $f(0)=0$, $f(-2)=0$ e $f(x)<0$ per $-2<x<0$, $f(x)>0$ per $x<-2$ e $x>0$.

Calcoliamo $f'(x)$: si ha

$$f'(x) = (2x+2)e^{-(x+1)} + (x^2+2x)(-e^{-(x+1)}) = e^{-(x+1)}(-x^2+2).$$

Quindi f cresce per $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$, e decresce per $x<-\sqrt{2}$ e $x>\sqrt{2}$.

Il punto $x=-\sqrt{2}$ è dunque un punto di minimo relativo, mentre $x=\sqrt{2}$ è un massimo relativo. [Siccome per $x>0$ si ha $f(x)>0$ e $f(-\sqrt{2})<0$, $x=-\sqrt{2}$ è punto di minimo assoluto.]

Calcoliamo $f''(x)$: si ha

$$f''(x) = e^{-(x+1)}(-2x) - e^{-(x+1)}(-x^2+2) = e^{-(x+1)}(x^2-2x-2).$$

Quindi $f''(x)=0$ per $x^2-2x-2=0$, cioè $x = 1\mp\sqrt{1+2} = 1\mp\sqrt{3}$; inoltre $f''(x)>0$ per $x<1-\sqrt{3}$ e $x>1+\sqrt{3}$, quindi f è convessa per $x<1-\sqrt{3}$ e $x>1+\sqrt{3}$. I punti $x=1-\sqrt{3}$ e $x=1+\sqrt{3}$ sono i punti di flesso.

[segue...]

ANALISI MATEMATICA 1	16 luglio 2012

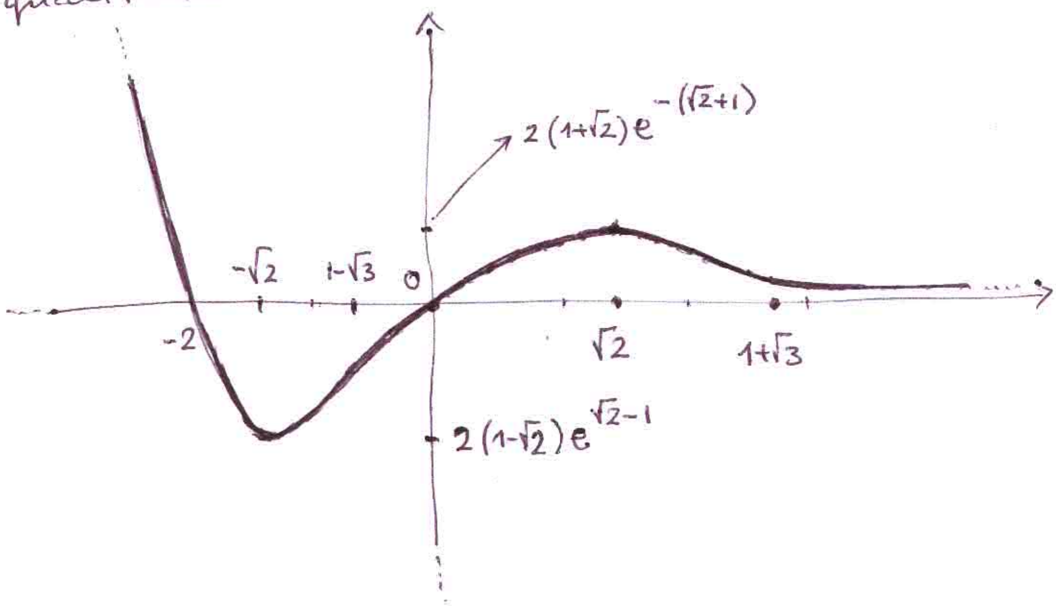
1. **(6 punti)** Determinare il grafico qualitativo di

$$f(x) = (x^2 + 2x)e^{-(x+1)},$$

stabilendone: dominio, limiti, asintoti, continuità e derivabilità, punti di massimo e minimo relativo, punti di flesso.

[... seguito]

Grafico qualitativo:



ANALISI MATEMATICA 1	16 luglio 2012

2. **(6 punti)** Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 8y = t^2 + 2t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1\,. \end{cases}$$

È un'equazione lineare del 2° ordine a coefficienti costanti, non-omogenea. La soluzione dell'omogenea è legata alle radici del polinomio associato $r^2 - 4r + 8$, cioè

$$r^2 - 4r + 8 = 0 \quad \text{per} \quad r = 2 \mp \sqrt{4-8} = 2 \mp 2i\,.$$

Quindi $y_0(t) = c_1 e^{2t} \cos(2t) + c_2 e^{2t} \operatorname{sen}(2t)$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

Per trovare una soluzione particolare dell'equazione non-omogenea si usa il metodo di "somiglianza": siccome il termine noto è un polinomio di 2° grado (che non è soluzione dell'equazione omogenea...) si prova con $y_*(t) = At^2 + Bt + C$, $A, B, C \in \mathbb{R}$ da determinare. Si ha $y_*'(t) = 2At + B$, $y_*''(t) = 2A$, per cui si impone

$$t^2 + 2t = 2A - 4(2At + B) + 8(At^2 + Bt + C) = 8At^2 + 8Bt - 8At + 2A - 4B + 8C\,,$$

il che dà $A = 1/8$, $B = 3/8$, $C = 5/32$, e dunque $y_*(t) = \frac{1}{8}t^2 + \frac{3}{8}t + \frac{5}{32}$.

Imponendo i dati di Cauchy a $y_0(t) + y_*(t)$ si ha:

$$\begin{cases} 0 = c_1 + 5/32 & \longrightarrow c_1 = -5/32 \\ 1 = 2c_1 + 2c_2 + 3/8 & c_2 = 15/32\,. \end{cases}$$

La soluzione è dunque

$$y(t) = -\frac{5}{32} e^{2t} \cos(2t) + \frac{15}{32} e^{2t} \operatorname{sen}(2t) + \frac{1}{8}t^2 + \frac{3}{8}t + \frac{5}{32}\,.$$

ANALISI MATEMATICA 1	16 luglio 2012

3. (6 punti) Determinare l'insieme dei valori del parametro $x \in \mathbf{R}$, $x \neq 1$, per cui è convergente la serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+1}{n^2+1}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^n .$$

Applichiamo il criterio del rapporto alla serie dei valori assoluti.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\dfrac{2^{n+1}+1}{(n+1)^2+1}\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|^{n+1}}{\dfrac{2^n+1}{n^2+1}\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|^{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(2^{n+1}+1)(n^2+1)}{(2^n+1)(n^2+2n+2)}\left|\frac{x+1}{x-1}\right| = 2\left|\frac{x+1}{x-1}\right| .$$

Per avere convergenza assoluta (e dunque convergenza) bisogna che sia $2\left|\frac{x+1}{x-1}\right| < 1$, mentre se $2\left|\frac{x+1}{x-1}\right| > 1$ il termine generale della serie non tende a 0 (il valore assoluto del termine generale della serie non tende a 0, dunque...), quindi la serie <u>non</u> è convergente.

Risolviamo rispetto a $x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$ la disequguaglianza $|x+1| < \frac{1}{2}|x-1|$.

Per $x > 1$ si ha $-\frac{1}{2}(x-1) < x+1 < \frac{1}{2}(x-1)$, cioè $x < -3$ e $x > -1/3$, impossibile.

Per $x < 1$ si ha $-\frac{1}{2}(1-x) < x+1 < \frac{1}{2}(1-x)$, cioè $x > -3$ e $x < -1/3$; quindi si ha convergenza per $-3 < x < -1/3$ e non si ha convergenza per $x < -3$ e $x > -1/3$ (con $x \neq 1$...).

Vediamo per $x = -3$ e $x = -1/3$. Per $x = -3$ la serie diventa $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+1}{n^2+1}\frac{1}{2^n}$, che è asintoticamente equivalente alla serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$, e dunque è convergente. Per $x = -1/3$ la serie diventa $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+1}{n^2+1}\frac{1}{2^n}(-1)^n$, quindi la serie dei valori assoluti è asintoticamente equivalente alla serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$, che è convergente. Dunque la serie è assolutamente convergente per $x = -1/3$.

In conclusione l'insieme dei valori $x \neq 1$ per cui la serie è convergente è $-3 \leq x \leq -1/3$.