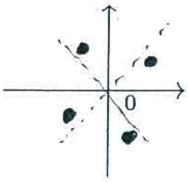
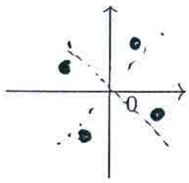
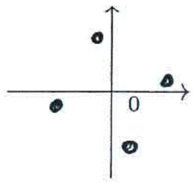
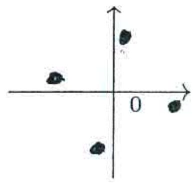
ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		17 gennaio 2013
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Se $\bar{z} = 3 - 3i$ allora le quattro $\sqrt[4]{z}$ sono:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

2. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico di $f(x) = \cos(2x)$ per $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ è: $\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ 6; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

3. Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è una serie convergente a termini positivi con $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$, allora: $\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ diverge; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ diverge; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge se $a < 1$ e diverge se $a > 1$.

4. Il polinomio di Taylor di secondo grado con centro nel punto $x_0 = 2$ di $f(x) = e^{-x^2/3}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}e^{-4/3}(9 - 4(x-2) - \frac{1}{9}(x-2)^2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}e^{-4/3}(3 - 2(x-2) - \frac{1}{3}(x-2)^2)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}e^{-4/3}(9 - 2(x-2) - \frac{7}{9}(x-2)^2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}e^{-4/3}(3 - 4(x-2) + \frac{5}{3}(x-2)^2)$.

5. Se $F(t) = \displaystyle\int_{\sin t}^{\cos t} \frac{4}{4x^4 + x + 4}\,dx$, allora $F'(-\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

6. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x^4} - \cos(2x^2)}{\tan(x^4) + \log(1 + 2x^4)} =$ $\boxed{a}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}$.

7. Per quale funzione l'equazione $g(x) = \cos x$ è risolubile in $[0, \frac{\pi}{2}]$? $\boxed{a}$ $g(x) = 3 - x$; $\boxed{b}$ $g(x) = -x + \frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $g(x) = x + \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $g(x) = x + 3$.

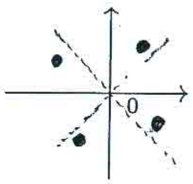
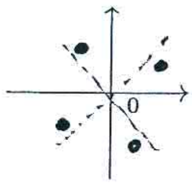
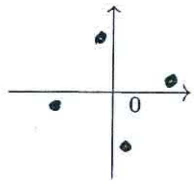
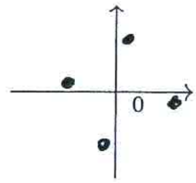
8. Sia $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy: $\begin{cases} 3y^2y' = 4x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$ Allora $y(2) =$ $\boxed{a}$ $2\sqrt[3]{3}$; $\boxed{b}$ $\sqrt[3]{12}$; $\boxed{c}$ $2\sqrt[3]{2}$; $\boxed{d}$ $\sqrt[3]{20}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		17 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy: $\begin{cases} 3y^2y' = 8x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$ Allora $y(2) =$ ☐ a $2\sqrt[3]{2}$; ☐ b $\sqrt[3]{20}$; ☒ c $2\sqrt[3]{3}$; ☐ d $\sqrt[3]{12}$.

2. Se $\bar{z} = -2 - 2i$ allora le quattro $\sqrt[4]{z}$ sono:

☐ a  ; ☒ b  ; ☐ c  ; ☐ d  .

3. $\lim_{x\to 0} \dfrac{4\tan(x^4) + \log(1 - x^4)}{\log(1 + 2x^2) - 2x^2} =$ ☐ a $\frac{1}{3}$; ☐ b $\frac{3}{2}$; ☒ c $-\frac{3}{2}$; ☐ d $\frac{1}{4}$.

4. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico di $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ per $x \in [0, 3\pi]$ è: ☐ a $\frac{3}{2}$; ☐ b $\frac{1}{2}$; ☐ c 2; ☒ d 6.

5. Per quale funzione l'equazione $g(x) + \cos x = 3$ è risolubile in $[0, \frac{\pi}{2}]$? ☐ a $g(x) = x + \frac{1}{2}$; ☐ b $g(x) = x + 3$; ☒ c $g(x) = 3 - x$; ☐ d $g(x) = -x + \frac{1}{2}$.

6. Se $F(t) = \displaystyle\int_{\sin t}^{\cos t} \frac{4}{4x^4 + x + 4}\, dx$, allora $F'(\pi) =$ ☐ a $\frac{1}{4}$; ☐ b $\frac{1}{2}$; ☒ c 1; ☐ d $-\frac{1}{4}$.

7. Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è una serie convergente a termini positivi con $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$, allora: ☐ a $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ diverge; ☐ b $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge se $a < 1$ e diverge se $a > 1$; ☒ c $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge; ☐ d $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ diverge.

8. Il polinomio di Taylor di secondo grado con centro nel punto $x_0 = 2$ di $f(x) = e^{-x^2/9}$ è: ☐ a $\frac{1}{9}e^{-4/9}(9 - 2(x-2) - \frac{7}{9}(x-2)^2)$; ☐ b $\frac{1}{9}e^{-4/9}(3 - 4(x-2) + \frac{5}{3}(x-2)^2)$; ☒ c $\frac{1}{9}e^{-4/9}(9 - 4(x-2) - \frac{1}{9}(x-2)^2)$; ☐ d $\frac{1}{9}e^{-4/9}(3 - 2(x-2) - \frac{1}{3}(x-2)^2)$.

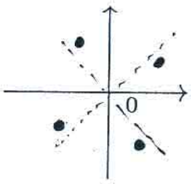
ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		17 gennaio 2013
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

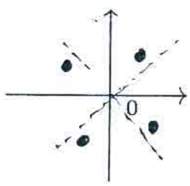
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

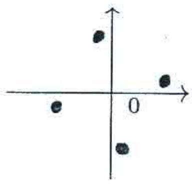
1. Per quale funzione l'equazione $g(x) + \sin x = 4$ è risolubile in $[0, \frac{\pi}{2}]$? $\boxed{a}$ $g(x) = -x + \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $g(x) = x + \frac{1}{2}$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $g(x) = x + 3$; $\boxed{d}$ $g(x) = 3 - x$.

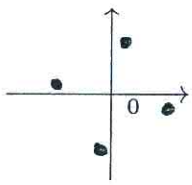
2. Se $F(t) = \displaystyle\int_{\sin t}^{\cos t} \frac{2}{4x^4 + x + 4}\,dx$, allora $F'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $-\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ -1.

3. Se $\bar{z} = -2 + 2i$ allora le quattro $\sqrt[4]{z}$ sono:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{\xcancel{b}}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^2) - \log(1+x^2)}{\sin(x^4) + \log(1+x^4)} =$ $\boxed{\xcancel{a}}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $-\frac{3}{2}$.

5. Il polinomio di Taylor di secondo grado con centro nel punto $x_0 = 1$ di $f(x) = e^{-x^2/9}$ è:
$\boxed{a}$ $\frac{1}{9}e^{-1/9}(3 - 2(x-1) - \frac{1}{3}(x-1)^2)$; $\boxed{\xcancel{b}}$ $\frac{1}{9}e^{-1/9}(9 - 2(x-1) - \frac{7}{9}(x-1)^2)$;
$\boxed{c}$ $\frac{1}{9}e^{-1/9}(3 - 4(x-1) + \frac{5}{3}(x-1)^2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{9}e^{-1/9}(9 - 4(x-1) - \frac{1}{9}(x-1)^2)$.

6. Sia $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy: $\begin{cases} 3y^2y' = 6x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$ Allora $y(2) =$ $\boxed{a}$ $\sqrt[3]{12}$; $\boxed{b}$ $2\sqrt[3]{2}$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $\sqrt[3]{20}$; $\boxed{d}$ $2\sqrt[3]{3}$.

7. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico di $f(x) = \sin(2x)$ per $x \in [0, \frac{3\pi}{4}]$ è: $\boxed{a}$ 6; $\boxed{\xcancel{b}}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ 2.

8. Se $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è una serie convergente a termini positivi con $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$, allora: $\boxed{a}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ diverge; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ diverge; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge se $a < 1$ e diverge se $a > 1$; $\boxed{\xcancel{d}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		17 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

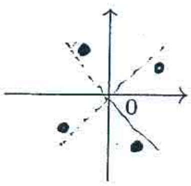
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

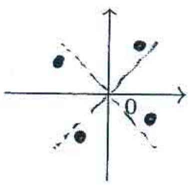
1. Il polinomio di Taylor di secondo grado con centro nel punto $x_0 = 2$ di $f(x) = e^{-x^2/3}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}e^{-4/3}(9 - 4(x-2) - \frac{1}{9}(x-2)^2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}e^{-4/3}(3 - 2(x-2) - \frac{1}{3}(x-2)^2)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}e^{-4/3}(9 - 2(x-2) - \frac{7}{9}(x-2)^2)$; ☒ $\frac{1}{3}e^{-4/3}(3 - 4(x-2) + \frac{5}{3}(x-2)^2)$.

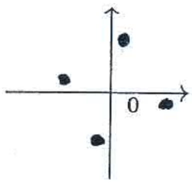
2. Sia $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy: $\begin{cases} 3y^2y' = 4x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$ Allora $y(2) =$ $\boxed{a}$ $2\sqrt[3]{3}$; $\boxed{b}$ $\sqrt[3]{12}$; ☒ $2\sqrt[3]{2}$; $\boxed{d}$ $\sqrt[3]{20}$.

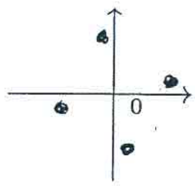
3. Se $F(t) = \int_{\sin t}^{\cos t} \frac{4}{4x^4 + x + 4}\,dx$, allora $F'(\pi) =$ ☒ 1; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

4. Se $\bar{z} = 2 - 2i$ allora le quattro $\sqrt[4]{z}$ sono:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; ☒ 

.

5. Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è una serie convergente a termini positivi con $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$, allora: ☒ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ diverge; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ diverge; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge se $a < 1$ e diverge se $a > 1$.

6. Per quale funzione l'equazione $g(x) = \sin x$ è risolubile in $[0, \frac{\pi}{2}]$? $\boxed{a}$ $g(x) = 3 - x$; ☒ $g(x) = -x + \frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $g(x) = x + \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $g(x) = x + 3$.

7. $\lim_{x \to 0} \frac{2\sin(x^4) + x^4}{e^{2x^4} - \cos(x^4)} =$ $\boxed{a}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}$; ☒ $\frac{3}{2}$.

8. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico di $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ per $x \in [-\pi, 2\pi]$ è: $\boxed{a}$ 2; ☒ 6; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		17 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

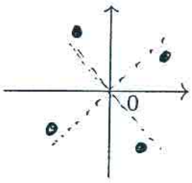
1. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{2\sin(x^4)+x^4}{e^{2x^4}-\cos(x^4)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $-\frac{3}{2}$.

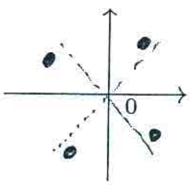
2. Se $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è una serie convergente a termini positivi con $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$, allora: $\boxed{a}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ diverge; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_n}$ diverge; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge se $a<1$ e diverge se $a>1$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge.

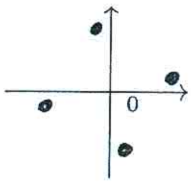
3. Il polinomio di Taylor di secondo grado con centro nel punto $x_0 = 1$ di $f(x) = e^{-x^2/9}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{9}e^{-1/9}(3-2(x-1)-\frac{1}{3}(x-1)^2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{9}e^{-1/9}(9-2(x-1)-\frac{7}{9}(x-1)^2)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{9}e^{-1/9}(3-4(x-1)+\frac{5}{3}(x-1)^2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{9}e^{-1/9}(9-4(x-1)-\frac{1}{9}(x-1)^2)$.

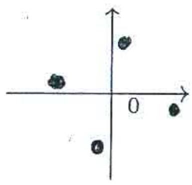
4. Per quale funzione l'equazione $g(x)+\sin x = 4$ è risolubile in $[0,\frac{\pi}{2}]$? $\boxed{a}$ $g(x)=-x+\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $g(x)=x+\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $g(x)=x+3$; $\boxed{d}$ $g(x)=3-x$.

5. Se $\bar{z} = -3+3i$ allora le quattro $\sqrt[4]{z}$ sono:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico di $f(x)=\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ per $x\in[0,3\pi]$ è: $\boxed{a}$ 6; $\boxed{b}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ 2.

7. Sia $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy: $\begin{cases} 3y^2y' = 6x, \\ y(0)=2. \end{cases}$ Allora $y(2) =$ $\boxed{a}$ $\sqrt[3]{12}$; $\boxed{b}$ $2\sqrt[3]{2}$; $\boxed{c}$ $\sqrt[3]{20}$; $\boxed{d}$ $2\sqrt[3]{3}$.

8. Se $\displaystyle F(t)=\int_{\sin t}^{\cos t}\frac{2}{4x^4+x+4}\,dx$, allora $F'(\pi) =$ $\boxed{a}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ 1.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		17 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Se $F(t) = \int_{\sin t}^{\cos t} \frac{2}{4x^4 + x + 4}\,dx$, allora $F'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $-\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ -1; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{4}$.

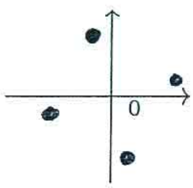
2. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^2) - \log(1+x^2)}{\sin(x^4) + \log(1+x^4)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

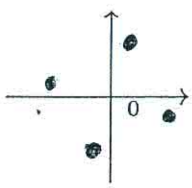
3. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico di $f(x) = \sin(2x)$ per $x \in [0, \frac{3\pi}{4}]$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 6; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}$.

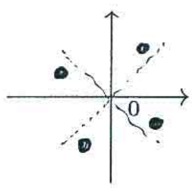
4. Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è una serie convergente a termini positivi con $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$, allora: $\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge se $a < 1$ e diverge se $a > 1$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ diverge; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ diverge.

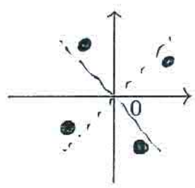
5. Sia $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy: $\begin{cases} 3y^2y' = 2x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$ Allora $y(2) =$ $\boxed{a}$ $\sqrt[3]{20}$; $\boxed{b}$ $2\sqrt[3]{3}$; $\boxed{c}$ $\sqrt[3]{12}$; $\boxed{d}$ $2\sqrt[3]{2}$.

6. Se $\bar{z} = 3 + 3i$ allora le quattro $\sqrt[4]{z}$ sono:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. Il polinomio di Taylor di secondo grado con centro nel punto $x_0 = 1$ di $f(x) = e^{-x^2/3}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}e^{-1/3}(3 - 4(x-1) + \frac{5}{3}(x-1)^2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}e^{-1/3}(9 - 4(x-1) - \frac{1}{9}(x-1)^2)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}e^{-1/3}(3 - 2(x-1) - \frac{1}{3}(x-1)^2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}e^{-1/3}(9 - 2(x-1) - \frac{7}{9}(x-1)^2)$.

8. Per quale funzione l'equazione $g(x) = \sin x$ è risolubile in $[0, \frac{\pi}{2}]$? $\boxed{a}$ $g(x) = x + 3$; $\boxed{b}$ $g(x) = 3 - x$; $\boxed{c}$ $g(x) = -x + \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $g(x) = x + \frac{1}{2}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		17 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è una serie convergente a termini positivi con $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$, allora: $\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge se $a<1$ e diverge se $a>1$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ diverge; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ diverge.

2. Per quale funzione l'equazione $g(x) = \cos x$ è risolubile in $[0, \frac{\pi}{2}]$? $\boxed{a}$ $g(x) = x+3$; $\boxed{b}$ $g(x) = 3-x$; $\boxed{c}$ $g(x) = -x+\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $g(x) = x+\frac{1}{2}$.

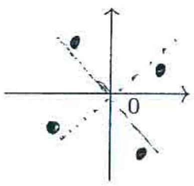
3. Sia $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy: $\begin{cases} 3y^2y' = 2x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$ Allora $y(2) =$ $\boxed{a}$ $\sqrt[3]{20}$; $\boxed{b}$ $2\sqrt[3]{3}$; $\boxed{c}$ $\sqrt[3]{12}$; $\boxed{d}$ $2\sqrt[3]{2}$.

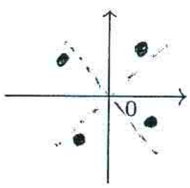
4. Se $F(t) = \int_{\sin t}^{\cos t} \frac{2}{4x^4+x+4}\,dx$, allora $F'(-\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{4}$.

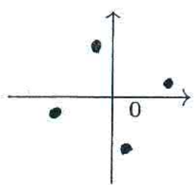
5. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico di $f(x) = \cos(2x)$ per $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 6; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}$.

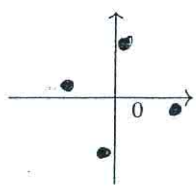
6. Il polinomio di Taylor di secondo grado con centro nel punto $x_0 = 1$ di $f(x) = e^{-x^2/3}$ è:
$\boxed{a}$ $\frac{1}{3}e^{-1/3}(3 - 4(x-1) + \frac{5}{3}(x-1)^2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}e^{-1/3}(9 - 4(x-1) - \frac{1}{9}(x-1)^2)$;
$\boxed{c}$ $\frac{1}{3}e^{-1/3}(3 - 2(x-1) - \frac{1}{3}(x-1)^2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}e^{-1/3}(9 - 2(x-1) - \frac{7}{9}(x-1)^2)$.

7. Se $\bar{z} = 2+2i$ allora le quattro $\sqrt[4]{z}$ sono:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. $\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x^4} - \cos(2x^2)}{\tan(x^4) + \log(1+2x^4)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		17 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. L'area compresa fra l'asse delle x e il grafico di $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ per $x \in [-\pi, 2\pi]$ è: $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 6.

2. Il polinomio di Taylor di secondo grado con centro nel punto $x_0 = 2$ di $f(x) = e^{-x^2/9}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{9}e^{-4/9}(9 - 2(x-2) - \frac{7}{9}(x-2)^2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{9}e^{-4/9}(3 - 4(x-2) + \frac{5}{3}(x-2)^2)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{9}e^{-4/9}(9 - 4(x-2) - \frac{1}{9}(x-2)^2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{9}e^{-4/9}(3 - 2(x-2) - \frac{1}{3}(x-2)^2)$.

3. Per quale funzione l'equazione $g(x) + \cos x = 3$ è risolubile in $[0, \frac{\pi}{2}]$? $\boxed{a}$ $g(x) = x + \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $g(x) = x + 3$; $\boxed{c}$ $g(x) = 3 - x$; $\boxed{d}$ $g(x) = -x + \frac{1}{2}$.

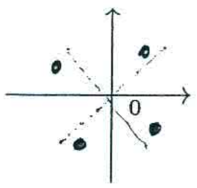
4. Sia $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy: $\begin{cases} 3y^2y' = 8x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$ Allora $y(2) =$ $\boxed{a}$ $2\sqrt[3]{2}$; $\boxed{b}$ $\sqrt[3]{20}$; $\boxed{c}$ $2\sqrt[3]{3}$; $\boxed{d}$ $\sqrt[3]{12}$.

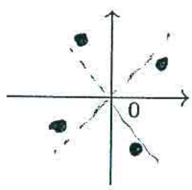
5. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4\tan(x^4) + \log(1 - x^4)}{\log(1 + 2x^2) - 2x^2} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{4}$.

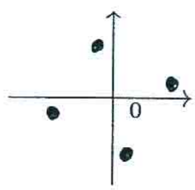
6. Se $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è una serie convergente a termini positivi con $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$, allora: $\boxed{a}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ diverge; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge se $a < 1$ e diverge se $a > 1$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ diverge.

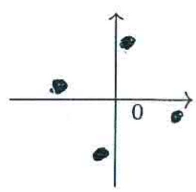
7. Se $F(t) = \displaystyle\int_{\sin t}^{\cos t} \frac{4}{4x^4 + x + 4}\,dx$, allora $F'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ -1; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{4}$.

8. Se $\bar{z} = -3 - 3i$ allora le quattro $\sqrt[4]{z}$ sono:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1	17 gennaio 2013

1. (6 punti) Si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x-3}{x}\, e^{-2x}\,.$$

In particolare: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, eventuali asintoti obliqui, crescenza/decrescenza, punti di massimo relativo e di minimo relativo, convessità/concavità (tramite lo studio qualitativo del segno di $f''(x)$).

La funzione è definita per $x \neq 0$. Si ha $f(x)=0$ per $x=3$, e $f(x)>0$ per $x>3$ e $x<0$. Per i limiti si ha

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty \quad \left[(x-3)e^{-2x} \xrightarrow[x\to 0]{} -3 \ldots \right], \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = +\infty\,,$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 0 \quad \left[\frac{x-3}{x} \xrightarrow[x\to\pm\infty]{} 1 \ldots \right], \quad \lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty.$$

Per verificare se c'è la presenza di un asintoto obliquo per $x\to-\infty$ si fa

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x-3}{x}\, \frac{1}{xe^{2x}} = -\infty\,,$$

dunque <u>non</u> c'è asintoto obliquo.

La derivata prima vale:

$$f'(x) = \frac{x-(x-3)}{x^2} e^{-2x} - 2\,\frac{x-3}{x}\, e^{-2x} = \frac{e^{-2x}}{x^2}\left(3+6x-2x^2\right) = 0 \quad \text{per } x = \frac{3\mp\sqrt{15}}{2}.$$

La funzione dunque decresce per $x < \frac{3-\sqrt{15}}{2}$ e $x > \frac{3+\sqrt{15}}{2}$, e cresce altrove. Quindi $\frac{3-\sqrt{15}}{2}$ è un punto di minimo relativo, $\frac{3+\sqrt{15}}{2}$ è un punto di massimo relativo.

La derivata seconda vale:

$$f''(x) = \frac{(6-4x)x^{\cancel{2}} - (3+6x-2x^2)\,2\cancel{x}}{x^{\cancel{4}\,3}}\, e^{-2x} - 2\,\frac{(3+6x-2x^2)}{x^2}\, e^{-2x} =$$

$$= \frac{2e^{-2x}}{x^3}\left(2x^3-6x^2-6x-3\right).$$

Studiamo il segno di $g(x) = 2x^3-6x^2-6x-3$. Si ha $g'(x) = 6x^2-12x-6 = 6(x^2-2x-1)$, che si annulla per $x = 1\mp\sqrt{2}$. Dunque $g(x)$ cresce per $x < 1-\sqrt{2}$ e $x > 1+\sqrt{2}$, decresce altrove; poi vale $g(0)=-3$, $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$, per cui c'è un valore $\hat{x}>0$ per cui $g(\hat{x})=0$ e $g(x)>0$ per $x>\hat{x}$. Inoltre si ha $g(1-\sqrt{2}) = 2(1-\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) - 6(3-2\sqrt{2}) - 6(1-\sqrt{2}) - 3 = 2(7-5\sqrt{2}) - 27 + 18\sqrt{2} = 8\sqrt{2}-13 < 0$, per cui $g(x)<0$ per $x<\hat{x}$.

In conclusione, tenendo conto del segno del denominatore x^3, si vede che $f(x)$ è convessa per $x<0$ e $x>\hat{x}$, concava altrove.

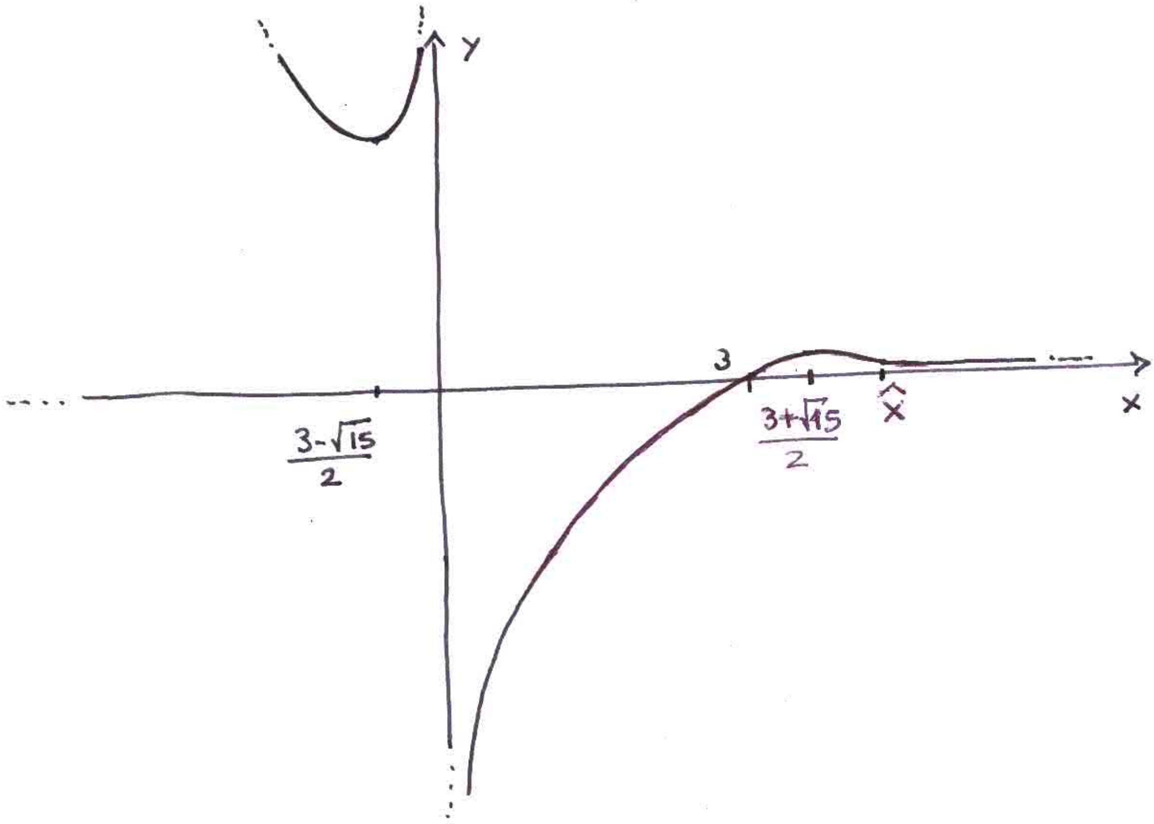
Il grafico è (qualitativamente… non è in scala):

ANALISI MATEMATICA 1	17 gennaio 2013

1. (6 punti) Si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x-3}{x}\, e^{-2x}\,.$$

In particolare: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, eventuali asintoti obliqui, crescenza/decrescenza, punti di massimo relativo e di minimo relativo, convessità/concavità (tramite lo studio qualitativo del segno di $f''(x)$).



ANALISI MATEMATICA 1	17 gennaio 2013

2. (6 punti) Determinate per quali valori del parametro β l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (x + x^2 - \sin x)^\beta x^{-\beta}\, dx$ è convergente e per quali valori del parametro γ l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (x + x^4 - \sin x)^\gamma x^{-\gamma}\, dx$ è convergente.

<u>1° integrale</u>

Per $x \approx 0$ abbiamo $x - \sin x \approx \frac{x^3}{3}$, dunque $(x + x^2 - \sin x) \approx x^2$.

Quindi si ha $(x+x^2-\sin x)^\beta \approx x^{2\beta}$ e

$$(x+x^2-\sin x)^\beta x^{-\beta} \approx x^{2\beta} \cdot x^{-\beta} = x^\beta = \frac{1}{x^{-\beta}},$$

e c'è convergenza per $-\beta < 1$, cioè $\beta > -1$.

Per $x \approx +\infty$ abbiamo $(x+x^2-\sin x) \approx x^2$, dunque $(x+x^2-\sin x)^\beta \approx x^{2\beta}$,

e quindi

$$(x+x^2-\sin x)^\beta x^{-\beta} \approx x^{2\beta} x^{-\beta} \approx x^\beta = \frac{1}{x^{-\beta}},$$

e c'è convergenza per $-\beta > 1$, cioè $\beta < -1$.

Le due condizioni sono incompatibili, dunque il primo integrale improprio <u>non</u> è convergente per <u>nessun</u> valore di β.

<u>2° integrale</u>

Per $x \approx 0$ abbiamo $x - \sin x \approx \frac{x^3}{3}$, dunque $(x+x^4-\sin x) \approx \frac{x^3}{3}$, e

si ha
$$(x+x^4-\sin x)^\beta x^{-\beta} \approx \left(\frac{x^3}{3}\right)^\beta x^{-\beta} = \frac{1}{3^\beta} x^{2\beta} = \frac{1}{3^\beta} \frac{1}{x^{-2\beta}},$$

e c'è convergenza per $-2\beta < 1$, cioè $\beta > -1/2$.

Per $x \approx +\infty$ abbiamo $(x+x^4-\sin x) \approx x^4$, dunque

$$(x+x^4-\sin x)^\beta x^{-\beta} \approx x^{4\beta} x^{-\beta} = x^{3\beta} = \frac{1}{x^{-3\beta}},$$

e c'è convergenza per $-3\beta > 1$, cioè $\beta < -1/3$.

Il secondo integrale improprio quindi converge per

$-1/2 < \beta < -1/3$.

ANALISI MATEMATICA 1	17 gennaio 2013

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 5y = \sin(2t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

È un'equazione differenziale lineare del 2° ordine, a coefficienti costanti, non omogenea.

Il polinomio associato ha come radici

$$r^2 + 2r + 5 = 0 \Rightarrow r = -1 \mp \sqrt{1-5} = -1 \mp 2i\,,$$

per cui la soluzione dell'omogenea è

$$Y_0(t) = c_1 e^{-t} \operatorname{sen}(2t) + c_2 e^{-t} \cos(2t)\,.$$

Cerco una soluzione particolare della non omogenea della forma $Y_*(t) = A \operatorname{sen}(2t) + B\cos(2t)$ [che non è soluzione dell'omogenea: nell'omogenea c'è il fattore e^{-t} !].

Si ha $Y_*'(t) = 2A\cos(2t) - 2B\operatorname{sen}(2t)$, $Y_*''(t) = -4A\operatorname{sen}(2t) - 4B\cos(2t)$, dunque si deve avere

$$-4A\operatorname{sen}(2t) - 4B\cos(2t) + 2\big(2A\cos(2t) - 2B\operatorname{sen}(2t)\big) + 5\big(A\operatorname{sen}(2t) + B\cos(2t)\big) =$$

$$= \operatorname{sen}(2t)\,,$$

il che dà

$$\begin{cases} -4A - 4B + 5A = 1 \\ -4B + 4A + 5B = 0 \end{cases} \longrightarrow B = -4A \quad A - 4(4A) = 1 \to A = 1/17 \quad B = -4/17\,.$$

La soluzione generale è dunque

$$Y(t) = c_1 e^{-t}\operatorname{sen}(2t) + c_2 e^{-t}\cos(2t) + \frac{1}{17}\operatorname{sen}(2t) - \frac{4}{17}\cos(2t)\,.$$

Imponendo i dati di Cauchy si ha (avendo calcolato

$$Y'(t) = -c_1 e^{-t}\operatorname{sen}(2t) + 2c_1 e^{-t}\cos(2t) - c_2 e^{-t}\cos(2t) - 2c_2 e^{-t}\operatorname{sen}(2t) + \frac{2}{17}\cos(2t) + \frac{8}{17}\operatorname{sen}(2t)\Big)$$

$$\begin{cases} 0 = Y(0) = c_2 - \frac{4}{17} \Rightarrow c_2 = 4/17 \\ 0 = Y'(0) = 2c_1 - c_2 + \frac{2}{17} \Rightarrow 2c_1 = c_2 - \frac{2}{17} = \frac{2}{17} \Rightarrow c_1 = \frac{1}{17}\,. \end{cases}$$

La soluzione è

$$Y(t) = \frac{1}{17}e^{-t}\operatorname{sen}(2t) + \frac{4}{17}e^{-t}\cos(2t) + \frac{1}{17}\operatorname{sen}(2t) - \frac{4}{17}\cos(2t)\,.$$