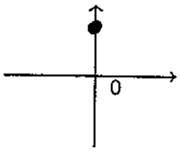
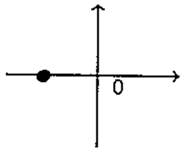
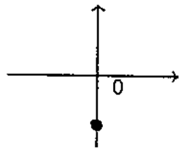
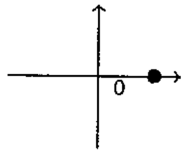
ANALISI MATEMATICA 1 - Secondo appello		21 febbraio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Sia $z = -\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}\,i$. Allora z^4 è:

[a]  ; [X]  ; [c]  ; [d]  .

2. Sia g una funzione continua in $[0,1]$, con $g(0) = -2$ e $g(1) = -3$. Allora l'equazione $g(x) + q(x) = 0$ ha almeno una soluzione in $[0,1]$ se: [a] $q(x) = \frac{x^2}{2} - 2$; [b] $q(x) = \frac{3}{2} - x^2$; [X] $q(x) = 3 - \frac{x^2}{2}$; [d] $q(x) = \frac{x^3}{3}$.

3. $\lim_{x\to 0} \dfrac{1 - e^{2x} + 2\sin x}{1 - \cos x} =$ [a] -2; [b] 1; [X] -4; [d] $-\frac{1}{4}$.

4. Quale dei seguenti integrali generalizzati è convergente? [a] $\int_1^{+\infty} \dfrac{\log x}{x^2 - 4x + 4}\,dx$; [b] $\int_1^{+\infty} \dfrac{2^{2x}}{3^x + x^2}\,dx$; [c] $\int_1^{+\infty} \dfrac{1}{\log(2^x + 4)}\,dx$; [X] $\int_1^{+\infty} \dfrac{e^x - 1}{(x^2 + 3x)e^x}\,dx$.

5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione due volte derivabile tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ e $f'(x) \geq 0$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? [a] f non ha massimo assoluto in $\mathbf{R}$; [b] $f''(x) \geq 0$ per ogni x ; [c] esiste x_0 tale che $f'(x_0) > 2/100$; [X] $0 \leq \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)dx \leq 2$ per ogni $a < b$.

6. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro in $x_0 = 0$, di $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - 2\sin^2 x}}$ è: [a] $\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{x^2}{2\sqrt{2}}$; [b] $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{x^2}{4\sqrt{2}}$; [X] $1 + x^2$; [d] $1 - x^2$.

7. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \log(\log ex) + \frac{x}{e}$ nel punto $x_0 = 1$ è: [a] $y = \dfrac{x}{e} - 1 - \log 2$; [b] $y = x - e$; [X] $y = x + \dfrac{x}{e} - 1$; [d] $y = \dfrac{x}{e} - 1$.

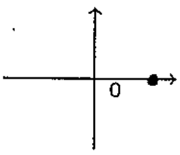
8. Sia $f : [0,+\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = -1$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Allora è sempre vero che: [X] f ha minimo in $[0,+\infty)$; [b] $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)} = -\infty$; [c] esiste $x_0 \in (0,+\infty)$ per cui $f(x_0) = 0$; [d] f ha massimo in $[0,+\infty)$.

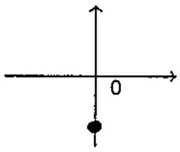
ANALISI MATEMATICA 1 - Secondo appello		21 febbraio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

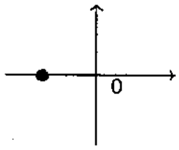
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

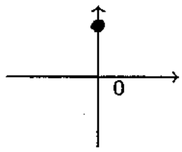
1. Sia $f : [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = -1$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ esiste $x_0 \in (0, +\infty)$ per cui $f(x_0) = 0$; $\boxed{b}$ f ha massimo in $[0, +\infty)$; $\boxed{\times}$ f ha minimo in $[0, +\infty)$; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)} = -\infty$.

2. Sia $z = \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}\, i$. Allora z^4 è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{\times}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

3. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro in $x_0 = 0$, di $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2 + 2\sin^2 x}}$ è: $\boxed{a}$ $1 + x^2$; $\boxed{b}$ $1 - x^2$; $\boxed{\times}$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{x^2}{2\sqrt{2}}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{x^2}{4\sqrt{2}}$.

4. Sia g una funzione continua in $[0, 1]$, con $g(0) = 1/2$ e $g(1) = 2$. Allora l'equazione $g(x) + q(x) = 0$ ha almeno una soluzione in $[0, 1]$ se: $\boxed{a}$ $q(x) = 3 - \frac{x^2}{2}$; $\boxed{b}$ $q(x) = \frac{x^3}{3}$; $\boxed{\times}$ $q(x) = \frac{x^2}{2} - 2$; $\boxed{d}$ $q(x) = \frac{3}{2} - x^2$.

5. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \log(\frac{1}{2}\log x)$ nel punto $x_0 = e$ è: $\boxed{a}$ $y = x + \dfrac{x}{e} - 1$; $\boxed{b}$ $y = \dfrac{x}{e} - 1$; $\boxed{\times}$ $y = \dfrac{x}{e} - 1 - \log 2$; $\boxed{d}$ $y = x - e$.

6. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione due volte derivabile tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ e $f'(x) \geq 0$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ esiste x_0 tale che $f'(x_0) > 2/100$; $\boxed{\times}$ $0 \leq \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)dx \leq 2$ per ogni $a < b$; $\boxed{c}$ f non ha massimo assoluto in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ $f''(x) \geq 0$ per ogni x .

7. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{-2x} - 1 + 2\sin x}{2\cos x - 2} =$ $\boxed{a}$ -4; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{\times}$ -2; $\boxed{d}$ 1.

8. Quale dei seguenti integrali generalizzati è convergente? $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{\log(2^x + 4)}\,dx$; $\boxed{\times}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{|x-2|}}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x-1}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2^{2x}}{3^x + x^2}\,dx$.

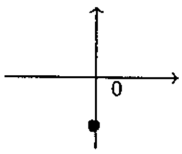
ANALISI MATEMATICA 1 - Secondo appello		21 febbraio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

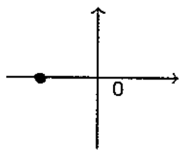
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

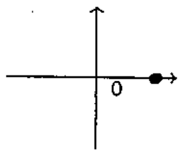
1. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \log(\log x)$ nel punto $x_0 = e$ è: $\boxed{a}$ $y = x - e$; $\boxed{b}$ $y = x + \frac{x}{e} - 1$; $\boxtimes$ $y = \frac{x}{e} - 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{x}{e} - 1 - \log 2$.

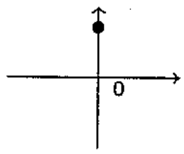
2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione due volte derivabile tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$ e $f'(x) \geq 0$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $f''(x) \geq 0$ per ogni x ; $\boxed{b}$ esiste x_0 tale che $f'(x_0) > 3/100$; $\boxtimes$ $0 \leq \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \leq 3$ per ogni $a < b$; $\boxed{d}$ f non ha massimo assoluto in $\mathbf{R}$.

3. Sia $z = -\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5}\,i$. Allora z^4 è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro in $x_0 = 0$, di $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\sin^2 x}}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$; $\boxed{b}$ $1 + x^2$; $\boxtimes$ $1 - x^2$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{x^2}{2\sqrt{2}}$.

5. Quale dei seguenti integrali generalizzati è convergente? $\boxed{a}$ $\int_1^{+\infty} \frac{2^{2x}}{3^x + x^2}\,dx$; $\boxed{b}$ $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\log(2^x + 4)}\,dx$; $\boxtimes$ $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x-1}}\,dx$; $\boxed{d}$ $\int_1^{+\infty} \frac{e^x - 1}{(x^2 - 3x)e^x}\,dx$.

6. Sia $f : [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = 1$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$; $\boxed{b}$ esiste $x_0 \in (0, +\infty)$ per cui $f(x_0) = 0$; $\boxtimes$ f ha massimo in $[0, +\infty)$; $\boxed{d}$ f ha minimo in $[0, +\infty)$.

7. Sia g una funzione continua in $[0, 1]$, con $g(0) = -1/2$ e $g(1) = 1$. Allora l'equazione $g(x) + q(x) = 0$ ha almeno una soluzione in $[0, 1]$ se: $\boxed{a}$ $q(x) = \frac{3}{2} - x^2$; $\boxed{b}$ $q(x) = 3 - \frac{x^2}{2}$; $\boxtimes$ $q(x) = \frac{x^3}{3}$; $\boxed{d}$ $q(x) = \frac{x^2}{2} - 2$.

8. $\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x} - 1 + \sin x}{4\cos x - 4} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ −4; $\boxtimes$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ −2.

ANALISI MATEMATICA 1 - Secondo appello		21 febbraio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

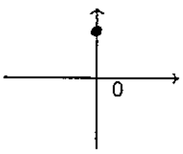
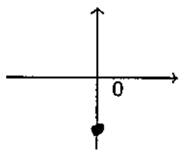
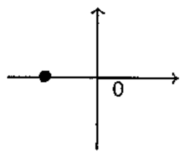
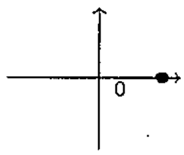
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Quale dei seguenti integrali generalizzati è convergente? $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x^2-4x+4}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2^{2x}}{3^x+x^2}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{\log(2^x+4)}\,dx$; $\boxtimes$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^x-1}{(x^2+3x)e^x}\,dx$.

2. Sia $f : [0,+\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = -1$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxtimes$ f ha minimo in $[0,+\infty)$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} = -\infty$; $\boxed{c}$ esiste $x_0 \in (0,+\infty)$ per cui $f(x_0) = 0$; $\boxed{d}$ f ha massimo in $[0,+\infty)$.

3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione due volte derivabile tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ e $f'(x) \geq 0$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ f non ha massimo assoluto in $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ $f''(x) \geq 0$ per ogni x ; $\boxed{c}$ esiste x_0 tale che $f'(x_0) > 2/100$; $\boxtimes$ $0 \leq \displaystyle\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \leq 2$ per ogni $a < b$.

4. Sia $z = -\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5}\,i$. Allora z^4 è:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{d}$  .

5. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-e^{2x}+2\sin x}{1-\cos x} =$ $\boxed{a}$ -2; $\boxed{b}$ 1; $\boxtimes$ -4; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{4}$.

6. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \log(\log ex) + \frac{x}{e}$ nel punto $x_0 = 1$ è: $\boxed{a}$ $y = \displaystyle\frac{x}{e} - 1 - \log 2$; $\boxed{b}$ $y = x - e$; $\boxtimes$ $y = x + \displaystyle\frac{x}{e} - 1$; $\boxed{d}$ $y = \displaystyle\frac{x}{e} - 1$.

7. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro in $x_0 = 0$, di $f(x) = \displaystyle\frac{1}{\sqrt{1-2\sin^2 x}}$ è: $\boxed{a}$ $\displaystyle\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{x^2}{2\sqrt{2}}$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$; $\boxtimes$ $1 + x^2$; $\boxed{d}$ $1 - x^2$.

8. Sia g una funzione continua in $[0,1]$, con $g(0) = 1/2$ e $g(1) = 2$. Allora l'equazione $g(x) + q(x) = 0$ ha almeno una soluzione in $[0,1]$ se: $\boxtimes$ $q(x) = \frac{x^2}{2} - 2$; $\boxed{b}$ $q(x) = \frac{3}{2} - x^2$; $\boxed{c}$ $q(x) = 3 - \frac{x^2}{2}$; $\boxed{d}$ $q(x) = \frac{x^3}{3}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Secondo appello		21 febbraio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

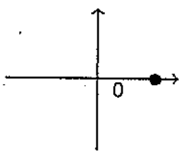
1. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro in $x_0 = 0$, di $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+2\sin^2 x}}$ è:
$\boxed{a}$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{x^2}{4\sqrt{2}}$; $\boxed{b}$ $1 + x^2$; $\boxtimes$ $1 - x^2$; $\boxed{d}$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{x^2}{2\sqrt{2}}$.

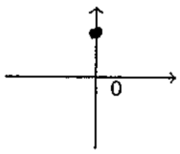
2. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x} - 1 + \sin x}{4\cos x - 4} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ −4; $\boxtimes$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ −2.

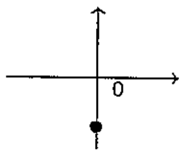
3. Quale dei seguenti integrali generalizzati è convergente? $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2^{2x}}{3^x + x^2}\,dx$;
$\boxed{b}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{\log(2^x+4)}\,dx$; $\boxtimes$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x-1}}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^x - 1}{(x^2-3x)e^x}\,dx$.

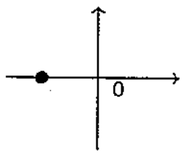
4. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \log(\log x)$ nel punto $x_0 = e$ è: $\boxed{a}$ $y = x - e$;
$\boxed{b}$ $y = x + \dfrac{x}{e} - 1$; $\boxtimes$ $y = \dfrac{x}{e} - 1$; $\boxed{d}$ $y = \dfrac{x}{e} - 1 - \log 2$.

5. Sia $z = \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}\,i$. Allora z^4 è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxtimes$ 

.

6. Sia g una funzione continua in $[0,1]$, con $g(0) = -1$ e $g(1) = -2$. Allora l'equazione $g(x) + q(x) = 0$ ha almeno una soluzione in $[0,1]$ se: $\boxtimes$ $q(x) = \frac{3}{2} - x^2$; $\boxed{b}$ $q(x) = 3 - \frac{x^2}{2}$; $\boxed{c}$ $q(x) = \frac{x^3}{3}$; $\boxed{d}$ $q(x) = \frac{x^2}{2} - 2$.

7. Sia $f : [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = 1$ e $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$; $\boxed{b}$ esiste $x_0 \in (0, +\infty)$ per cui $f(x_0) = 0$; $\boxtimes$ f ha massimo in $[0, +\infty)$; $\boxed{d}$ f ha minimo in $[0, +\infty)$.

8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione due volte derivabile tale che $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$ e $f'(x) \geq 0$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $f''(x) \geq 0$ per ogni x ; $\boxed{b}$ esiste x_0 tale che $f'(x_0) > 3/100$; $\boxtimes$ $0 \leq \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)dx \leq 3$ per ogni $a < b$; $\boxed{d}$ f non ha massimo assoluto in $\mathbf{R}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Secondo appello		21 febbraio 2012
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione due volte derivabile tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$ e $f'(x) \geq 0$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? ☒ $0 \leq \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \leq 3$ per ogni $a < b$; $\boxed{b}$ f non ha massimo assoluto in $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ $f''(x) \geq 0$ per ogni x ; $\boxed{d}$ esiste x_0 tale che $f'(x_0) > 3/100$.

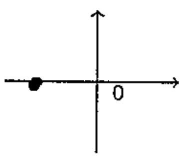
2. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro in $x_0 = 0$, di $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-\sin^2 x}}$ è: $\boxed{a}$ $1-x^2$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{x^2}{2\sqrt{2}}$; ☒ $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$; $\boxed{d}$ $1+x^2$.

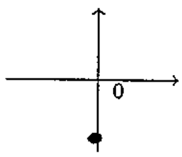
3. Sia g una funzione continua in $[0,1]$, con $g(0) = -1$ e $g(1) = -2$. Allora l'equazione $g(x) + q(x) = 0$ ha almeno una soluzione in $[0,1]$ se: $\boxed{a}$ $q(x) = \frac{x^3}{3}$; $\boxed{b}$ $q(x) = \frac{x^2}{2} - 2$; ☒ $q(x) = \frac{3}{2} - x^2$; $\boxed{d}$ $q(x) = 3 - \frac{x^2}{2}$.

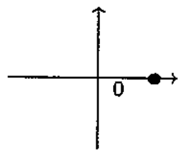
4. $\lim_{x\to 0} \frac{1 - e^x + \sin x}{\cos x - 1} =$ $\boxed{a}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ -2; ☒ 1; $\boxed{d}$ -4.

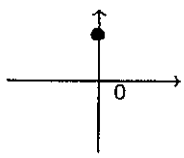
5. Sia $f : [0,+\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = 1$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Allora è sempre vero che: ☒ f ha massimo in $[0,+\infty)$; $\boxed{b}$ f ha minimo in $[0,+\infty)$; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$; $\boxed{d}$ esiste $x_0 \in (0,+\infty)$ per cui $f(x_0) = 0$.

6. Sia $z = \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5}\,i$. Allora z^4 è:

☒ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. Quale dei seguenti integrali generalizzati è convergente? ☒ $\int_1^{+\infty} \frac{x\log x}{x^4+4x^2+4}\,dx$; $\boxed{b}$ $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\,|x-2|}\,dx$; $\boxed{c}$ $\int_1^{+\infty} \frac{2^{2x}}{3^x+x^2}\,dx$; $\boxed{d}$ $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\log(2^x+4)}\,dx$.

8. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = e\log(\log\frac{x}{2}) + \frac{x}{2}$ nel punto $x_0 = 2e$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{x}{e} - 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{x}{e} - 1 - \log 2$; ☒ $y = x - e$; $\boxed{d}$ $y = x + \frac{x}{e} - 1$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Secondo appello		21 febbraio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-e^x+\sin x}{\cos x - 1} =$ $\boxed{a}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ -2; ☒ 1; $\boxed{d}$ -4.

2. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = e\log(\log\frac{x}{2}) + \frac{x}{2}$ nel punto $x_0 = 2e$ è: $\boxed{a}$ $y = \dfrac{x}{e} - 1$; $\boxed{b}$ $y = \dfrac{x}{e} - 1 - \log 2$; ☒ $y = x - e$; $\boxed{d}$ $y = x + \dfrac{x}{e} - 1$.

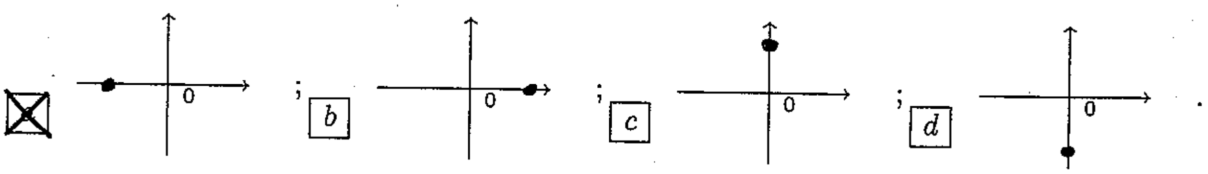
3. Sia $f : [0,+\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = 1$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Allora è sempre vero che: ☒ f ha massimo in $[0,+\infty)$; $\boxed{b}$ f ha minimo in $[0,+\infty)$; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)} = +\infty$; $\boxed{d}$ esiste $x_0 \in (0,+\infty)$ per cui $f(x_0) = 0$.

4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione due volte derivabile tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$ e $f'(x) \geq 0$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? ☒ $0 \leq \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)dx \leq 3$ per ogni $a < b$; $\boxed{b}$ f non ha massimo assoluto in $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ $f''(x) \geq 0$ per ogni x ; $\boxed{d}$ esiste x_0 tale che $f'(x_0) > 3/100$.

5. Sia g una funzione continua in $[0,1]$, con $g(0) = -2$ e $g(1) = -3$. Allora l'equazione $g(x) + q(x) = 0$ ha almeno una soluzione in $[0,1]$ se: $\boxed{a}$ $q(x) = \frac{x^3}{3}$; $\boxed{b}$ $q(x) = \frac{x^2}{2} - 2$; $\boxed{c}$ $q(x) = \frac{3}{2} - x^2$; ☒ $q(x) = 3 - \frac{x^2}{2}$.

6. Quale dei seguenti integrali generalizzati è convergente? ☒ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x\log x}{x^4+4x^2+4}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\,|x-2|}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2^{2x}}{3^x+x^2}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{\log(2^x+4)}\,dx$.

7. Sia $z = -\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}\,i$. Allora z^4 è:



8. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro in $x_0 = 0$, di $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2-\sin^2 x}}$ è: $\boxed{a}$ $1 - x^2$; $\boxed{b}$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{x^2}{2\sqrt{2}}$; ☒ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{x^2}{4\sqrt{2}}$; $\boxed{d}$ $1 + x^2$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Secondo appello		21 febbraio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Sia g una funzione continua in $[0,1]$, con $g(0) = -1/2$ e $g(1) = 1$. Allora l'equazione $g(x) + q(x) = 0$ ha almeno una soluzione in $[0,1]$ se: $\boxed{a}$ $q(x) = 3 - \frac{x^2}{2}$; $\boxtimes$ $q(x) = \frac{x^3}{3}$; $\boxed{c}$ $q(x) = \frac{x^2}{2} - 2$; $\boxed{d}$ $q(x) = \frac{3}{2} - x^2$.

2. Quale dei seguenti integrali generalizzati è convergente? $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{\log(2^x+4)}\,dx$; $\boxtimes$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{|x-2|}}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x-1}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2^{2x}}{3^x+x^2}\,dx$.

3. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \log(\frac{1}{2}\log x)$ nel punto $x_0 = e$ è: $\boxed{a}$ $y = x + \frac{x}{e} - 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{x}{e} - 1$; $\boxtimes$ $y = \frac{x}{e} - 1 - \log 2$; $\boxed{d}$ $y = x - e$.

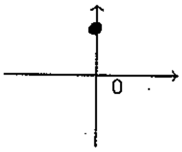
4. Sia $f : [0,+\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = -1$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ esiste $x_0 \in (0,+\infty)$ per cui $f(x_0) = 0$; $\boxed{b}$ f ha massimo in $[0,+\infty)$; $\boxtimes$ f ha minimo in $[0,+\infty)$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} = -\infty$.

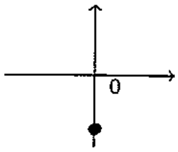
5. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro in $x_0 = 0$, di $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2+2\sin^2 x}}$ è: $\boxed{a}$ $1 + x^2$; $\boxed{b}$ $1 - x^2$; $\boxtimes$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{x^2}{2\sqrt{2}}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{x^2}{4\sqrt{2}}$.

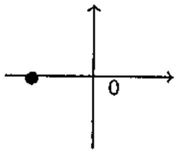
6. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{-2x} - 1 + 2\sin x}{2\cos x - 2} =$ $\boxed{a}$ -4; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{4}$; $\boxtimes$ -2; $\boxed{d}$ 1.

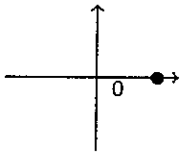
7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è una funzione due volte derivabile tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ e $f'(x) \geq 0$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ esiste x_0 tale che $f'(x_0) > 2/100$; $\boxtimes$ $0 \leq \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)dx \leq 2$ per ogni $a < b$; $\boxed{c}$ f non ha massimo assoluto in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ $f''(x) \geq 0$ per ogni x .

8. Sia $z = \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5}\,i$. Allora z^4 è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1	21 febbraio 2012

1. (6 punti) Determinare per quali valori del parametro $x \in \mathbf{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2x^{2n} + e^{nx}}{n^2+n}.$$

Si tratta di una serie a termini positivi, somma delle due serie a termini positivi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2x^{2n}}{n^2+n} = 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n^2+n} \quad e \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nx}}{n^2+n}.$$

Ponendo $t = x^2$ nella prima e $t = e^x$ nella seconda si ottiene la serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} t^n/(n^2+n)$, il cui raggio di convergenza è

$$\frac{1}{r} = \lim_{n\to\infty} \frac{1/[(n+1)^2+n+1]}{1/(n^2+n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2+n}{n^2+3n+2} = 1 \Rightarrow r = 1.$$

Dunque la prima serie converge per $|x^2| < 1$, cioè $x^2 < 1$, cioè $-1 < x < 1$. La seconda converge per $|e^x| < 1$, cioè $e^x < 1$, cioè $x < 0$. [La prima diverge per $x < -1$ e $x > 1$, la seconda diverge per $x > 0$.]

Per $x = -1$ la serie assegnata diventa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+e^{-n}}{n^2+n}$; per $x = 0$ diventa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$. Ambedue sono asintotiche alla serie $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^2$, che è convergente.

La serie assegnata è dunque <u>convergente</u> per $-1 \le x \le 0$, e <u>divergente</u> per $x < -1$ e $x > 0$.

Altra via: x^{2n} ed e^{nx} sono due esponenziali di base x^2 e e^x. Se una delle due basi è > 1, il termine generale $\frac{2x^{2n} + e^{nx}}{n^2+n}$ tende a $+\infty$ [gli esponenziali di base >1 sono "infiniti" di ordine superiore a qualsiasi polinomio...].

Dunque: per $x < -1$ e $x > 1$ si ha $x^2 > 1$, per $x > 0$ si ha $e^x > 1$, e la serie assegnata <u>diverge</u> per $x < -1$ e $x > 0$.

Per $-1 < x < 0$, fra i due esponenziali $(x^2)^n$ e $(e^x)^n$ è prevalente quello di base maggiore: questa base è comunque < 1, poiché per $-1 < x < 0$ si ha sia $x^2 < 1$ che $e^x < 1$. [Continua...]

ANALISI MATEMATICA 1	21 febbraio 2012

1. (6 punti) Determinare per quali valori del parametro $x \in \mathbf{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2x^{2n} + e^{nx}}{n^2+n}.$$

[Continua ...]

Se definiamo $Q(x) = \max(x^2, e^x)$, la serie è dunque asintoticamente equivalente a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n} [Q(x)]^n .$$

Dal criterio del rapporto viene:

$$\frac{[Q(x)]^{\cancel{n+1}}}{(n+1)^2+n+1} \cdot \frac{n^2+n}{\cancel{[Q(x)]^n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} Q(x) < 1 \quad (\text{per } -1<x<0 \dots).$$

Quindi la serie converge per $-1<x<0$.

Per $x=-1$ e $x=0$ si procede come nel caso precedente.

Altra via: criterio del rapporto, senza altre riflessioni. Si ha:

$$\frac{2x^{2n+2} + e^{(n+1)x}}{(n+1)^2+n} \cdot \frac{n^2+n}{2x^{2n}+e^{nx}} = \frac{n^2+n}{n^2+3n+2} \cdot \frac{2x^{2n+2}+e^{(n+1)x}}{2x^{2n}+e^{nx}} .$$

Nel secondo fattore, sia al numeratore che al denominatore è prevalente l'esponenziale di base maggiore. Se definiamo $Q(x) = \max(x^2, e^x)$, si ha che il limite richiesto è dato da

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+n}{n^2+3n+2} \cdot \frac{Q(x)^{n+1}}{Q(x)^n} = Q(x).$$

Ora, se $x<-1$ si ha $Q(x) \geq x^2 > 1$; se $x>0$ si ha $Q(x) \geq e^x > 1$.

In ambedue i casi la serie diverge.

Invece, se $-1<x<0$ si ha comunque $Q(x)<1$ (poiché sia x^2 che e^x per $-1<x<0$ sono <1!), e dunque la serie è convergente.

Per $x=-1$ e $x=0$ si procede come nel primo caso.

ANALISI MATEMATICA 1	21 febbraio 2012

2. **(6 punti)** Risolvete il problema di Cauchy: $\begin{cases} y' = (y^2-4)t, \\ y(0) = 3. \end{cases}$

È un'equazione differenziale non-lineare, del 1° ordine, a variabili separabili. Si ha

$$\frac{dy}{dt} = (y^2-4)t \iff \frac{1}{y^2-4}\,dy = t\,dt,$$

per cui integrando

$$\int \frac{1}{y^2-4}\,dy = \int t\,dt = \frac{t^2}{2} + c.$$

Ora

$$\frac{1}{y^2-4} = \frac{1}{(y-2)(y+2)} = \frac{A}{y-2} + \frac{B}{y+2} \iff Ay + 2A + By - 2B = 1 \iff \begin{cases} A+B=0 \\ 2A-2B=1, \end{cases}$$

da cui $A = 1/4$, $B = -1/4$. Quindi

$$\int \frac{1}{y^2-4}\,dy = \frac{1}{4}\int \frac{1}{y-2}\,dy - \frac{1}{4}\int \frac{1}{y+2}\,dy = \frac{1}{4}\log\left|\frac{y-2}{y+2}\right|.$$

Siccome per $t=0$ abbiamo $y(0)=3$, si ha $y(t)>2$ e dunque si è giunti a

$$\frac{1}{4}\log\frac{y-2}{y+2} = \frac{t^2}{2} + c,$$

da cui, imponendo il dato di Cauchy, $\frac{1}{4}\log\frac{1}{5} = c$.

Quindi

$$\frac{1}{4}\log\frac{y-2}{y+2} = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{4}\log 1/5 \Rightarrow \log\frac{y-2}{y+2} = 2t^2 + \log 1/5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y-2}{y+2} = e^{2t^2}\cdot\frac{1}{5} \Rightarrow y-2 = \frac{1}{5}e^{2t^2}(y+2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(1-\frac{1}{5}e^{2t^2}\right)y = 2\left(\frac{1}{5}e^{2t^2}+1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(t) = 2\,\frac{e^{2t^2}+5}{5-e^{2t^2}} = -2 + \frac{20}{5-e^{2t^2}}.$$

ANALISI MATEMATICA 1	21 febbraio 2012

3. **(6 punti)** Determinare il volume del solido di rotazione attorno all'asse delle ascisse della porzione limitata di piano compresa tra i grafici delle funzioni: $f_1(x) = x^3 + x$ e $f_2(x) = 2\sqrt{x}$. (Si noti che i due grafici si intersecano in due soli punti, facili da determinare).

I due grafici si intersecano per $x=0$ e $x=1$. [Non ci sono altre intersezioni: per $0<x<1$ si ha $x^3 < x < \sqrt{x}$, per cui $x^3+x < 2\sqrt{x}$; per $x>1$ si ha $\sqrt{x} < x < x^3$, per cui $x^3+x > 2\sqrt{x}$.]

Il volume richiesto è dunque

$$V = \pi \int_0^1 [(2\sqrt{x})^2 - (x^3+x)^2]\,dx = \pi \int_0^1 (4x - x^6 - 2x^4 - x^2)\,dx =$$

$$= \pi \left(2x^2 - \frac{x^7}{7} - \frac{2}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3\right)\Big|_{x=0}^{x=1} =$$

$$= \pi\left(2 - \frac{1}{7} - \frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) = \pi\,\frac{210-15-42-35}{105} = \frac{118}{105}\pi.$$