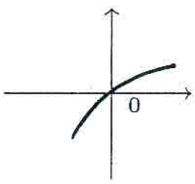
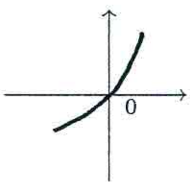
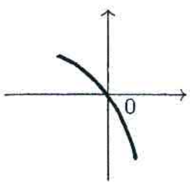
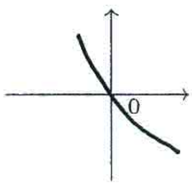
ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. La funzione f, definita da $f(x) = \dfrac{\sin x}{|x|}$ per $x \neq 0$ e $f(0) = 0$, $\boxed{a}$ è continua ma non derivabile in $x = 0$; $\boxed{b}$ è discontinua ma limitata in un intorno di $x = 0$; $\boxed{c}$ ha una discontinuità eliminabile per $x = 0$; $\boxed{d}$ è derivabile in $x = 0$.

2. Vicino all'origine il grafico del polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1 - \sin(3x))$ è:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

3. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua, tale che $g(0) = 0$. Allora $\displaystyle\int_0^1 \frac{g(x)}{(2-x)^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle g(1) + \int_0^1 \frac{g'(x)}{(2-x)}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle g'(1) + \int_0^1 \frac{g(x)}{(2-x)}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle g'(1) + \int_0^1 \frac{g'(x)}{(2-x)}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle g(1) - \int_0^1 \frac{g'(x)}{(2-x)}\,dx$.

4. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ f è concava in $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{[f(x)]^2+1}\,dx$ è convergente; $\boxed{c}$ f è decrescente per x grande ; $\boxed{d}$ f ha massimo in $\mathbf{R}$.

5. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^{-1}\cos(2x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$. Allora $y(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{b}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ $\sqrt{5}$.

6. Sia $z = x + iy \in \mathbf{C}$. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \ : |\bar{z} - 2| \leq |z+1|\}$ è: $\boxed{a}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 1/2\}$; $\boxed{b}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 0\}$; $\boxed{c}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 1/2\}$; $\boxed{d}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 0\}$.

7. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ 1.

8. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+3)!}{n!} \log\left(\frac{n^2}{n^2-3}\right) =$ $\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxed{d}$ 1.

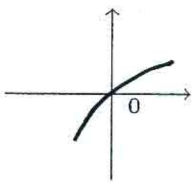
ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

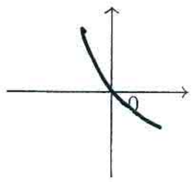
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

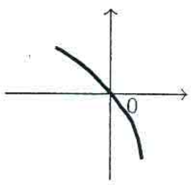
1. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^{-1}\sin x \\ y(0) = 1 \end{cases}$. Allora $y(\pi) =$ ☒ $\sqrt{5}$; $\boxed{b}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{c}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{d}$ 1.

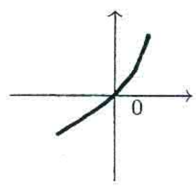
2. Sia $z = x + iy \in \mathbf{C}$. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \ : |-z-\sqrt{2}| \leq |-z+\sqrt{2}|\}$ è: ☒ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 0\}$; $\boxed{b}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 1/2\}$; $\boxed{c}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 0\}$; $\boxed{d}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 1/2\}$.

3. Vicino all'origine il grafico del polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1 + \sin(2x))$ è:

☒ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua, tale che $g(1) = 0$. Allora $\displaystyle\int_0^1 \frac{g(x)}{(x+1)^2}\,dx =$ ☒ $\displaystyle g(0) + \int_0^1 \frac{g'(x)}{(x+1)}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle g(0) - \int_0^1 \frac{g'(x)}{(x+1)}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle g'(0) - \int_0^1 \frac{g(x)}{(x+1)}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle g'(0) - \int_0^1 \frac{g'(x)}{(x+1)}\,dx$.

5. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+4)!}{(n+2)!} \log\left(\frac{n^2}{n^2-1}\right) =$ ☒ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $+\infty$.

6. La funzione f, definita da $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{|x|}$ per $x \neq 0$ e $f(0) = 0$, $\boxed{a}$ è derivabile in $x = 0$; $\boxed{b}$ è continua ma non derivabile in $x = 0$; ☒ è discontinua ma limitata in un intorno di $x = 0$; $\boxed{d}$ ha una discontinuità eliminabile per $x = 0$.

7. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$. Allora è sempre vero che: ☒ f ha minimo in $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ f è convessa in $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{[f(x)]^2 + 1}\,dx$ è convergente; $\boxed{d}$ f è crescente per x grande .

8. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+3)(n+2)} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}$; ☒ $\frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{4}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

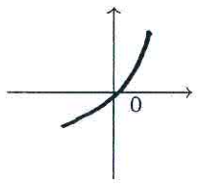
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

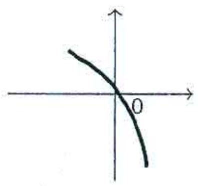
1. $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+3)!}{(n+1)!} \log\left(\frac{n^2}{n^2-1}\right) =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

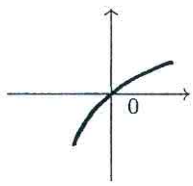
2. La funzione f, definita da $f(x) = |x| \sin x$, $\boxed{a}$ ha una discontinuità eliminabile per $x = 0$; $\boxed{b}$ è derivabile in $x = 0$; $\boxed{c}$ è continua ma non derivabile in $x = 0$; $\boxed{d}$ è discontinua ma limitata in un intorno di $x = 0$.

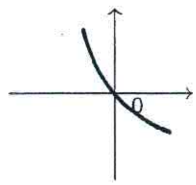
3. Sia $z = x + iy \in \mathbf{C}$. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \ : |z-2| \geq |z+1|\}$ è: $\boxed{a}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 1/2\}$; $\boxed{b}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 0\}$; $\boxed{c}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 1/2\}$; $\boxed{d}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 0\}$.

4. Vicino all'origine il grafico del polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1 - 2\sin x)$ è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

6. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^{-1}\sin(2x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$. Allora $y(\frac{\pi}{4}) =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $\sqrt{5}$; $\boxed{c}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ $\sqrt{3}$.

7. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua, tale che $g(0) = 0$. Allora $\int_0^1 \frac{g(x)}{2-x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\int_0^1 g(x)\log(2-x)\,dx$; $\boxed{b}$ $-\int_0^1 g'(x)\log(2-x)\,dx$; $\boxed{c}$ $\int_0^1 g'(x)\log(2-x)\,dx$; $\boxed{d}$ $-\int_0^1 g(x)\log(2-x)\,dx$.

8. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ f è decrescente per x grande ; $\boxed{b}$ f ha massimo in $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ f è concava in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ $\int_0^{+\infty} \frac{1}{[f(x)]^2+1}\,dx$ è convergente.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

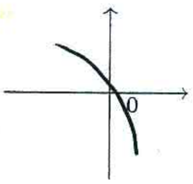
1. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua, tale che $g(1) = 0$. Allora $\int_0^1 \frac{g(x)}{(x+1)^2}\,dx =$ $\boxtimes$ $g(0) + \int_0^1 \frac{g'(x)}{(x+1)}\,dx$; $\boxed{b}$ $g(0) - \int_0^1 \frac{g'(x)}{(x+1)}\,dx$; $\boxed{c}$ $g'(0) - \int_0^1 \frac{g(x)}{(x+1)}\,dx$; $\boxed{d}$ $g'(0) - \int_0^1 \frac{g'(x)}{(x+1)}\,dx$.

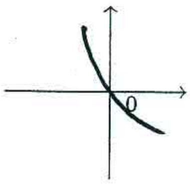
2. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+3)(n+2)} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{4}$.

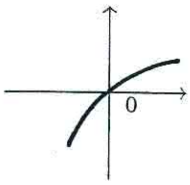
3. $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+4)!}{(n+2)!} \log\left(\frac{n^2}{n^2-2}\right) =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxtimes$ 2; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $+\infty$.

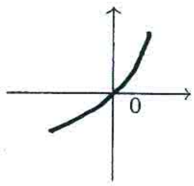
4. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^{-1}\sin(2x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$. Allora $y(\frac{\pi}{4}) =$ $\boxed{a}$ $\sqrt{5}$; $\boxtimes$ $\sqrt{2}$; $\boxed{c}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{d}$ 1.

5. Vicino all'origine il grafico del polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1 + \sin(2x))$ è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$. Allora è sempre vero che: $\boxtimes$ f ha minimo in $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ f è convessa in $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ $\int_0^{+\infty} \frac{1}{[f(x)]^2+1}\,dx$ è convergente; $\boxed{d}$ f è crescente per x grande .

7. La funzione f, definita da $f(x) = \frac{e^x - 1}{|x|}$ per $x \neq 0$ e $f(0) = 0$, $\boxed{a}$ è derivabile in $x = 0$; $\boxed{b}$ è continua ma non derivabile in $x = 0$; $\boxtimes$ è discontinua ma limitata in un intorno di $x = 0$; $\boxed{d}$ ha una discontinuità eliminabile per $x = 0$.

8. Sia $z = x + iy \in \mathbf{C}$. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \ : |-z-\sqrt{2}| \leq |-z+\sqrt{2}|\}$ è: $\boxtimes$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 0\}$; $\boxed{b}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 1/2\}$; $\boxed{c}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 0\}$; $\boxed{d}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 1/2\}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia $z = x + iy \in \mathbf{C}$. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \ : |\sqrt{2}z - 1| \geq |\sqrt{2}z + 1|\}$ è: $\boxed{a}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 0\}$; $\boxed{b}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 1/2\}$; $\boxtimes$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 0\}$; $\boxed{d}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 1/2\}$.

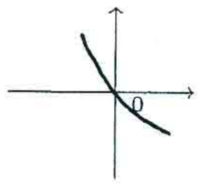
2. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua, tale che $g(1) = 0$. Allora $\displaystyle\int_0^1 \frac{g(x)}{x+1}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle -\int_0^1 g(x)\log(x+1)\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^1 g(x)\log(x+1)\,dx$; $\boxtimes$ $\displaystyle -\int_0^1 g'(x)\log(x+1)\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_0^1 g'(x)\log(x+1)\,dx$.

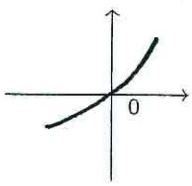
3. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{[f(x)]^2+1}\,dx$ è convergente; $\boxed{b}$ f è crescente per x grande ; $\boxtimes$ f ha minimo in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ f è convessa in $\mathbf{R}$.

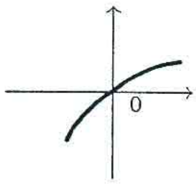
4. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+3)(n+2)} =$ $\boxtimes$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

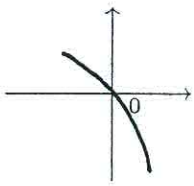
5. La funzione f, definita da $f(x) = |x|(e^x - 1)$, $\boxed{a}$ è discontinua ma limitata in un intorno di $x = 0$; $\boxed{b}$ ha una discontinuità eliminabile per $x = 0$; $\boxtimes$ è derivabile in $x = 0$; $\boxed{d}$ è continua ma non derivabile in $x = 0$.

6. Vicino all'origine il grafico del polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1 - 2\sin x)$ è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxtimes$ 

.

7. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)!}{n!}\log\left(\frac{2n^2}{2n^2-1}\right) =$ $\boxtimes$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 2.

8. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^{-1}\sin x \\ y(0) = 1 \end{cases}$. Allora $y(\pi) =$ $\boxed{a}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{b}$ 1; $\boxtimes$ $\sqrt{5}$; $\boxed{d}$ $\sqrt{2}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+3)(n+2)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

2. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^{-1}\cos x \\ y(0) = 1 \end{cases}$. Allora $y(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ $\sqrt{5}$; $\boxed{d}$ $\sqrt{2}$.

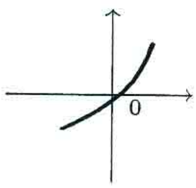
3. La funzione f, definita da $f(x) = |x|(e^x - 1)$, $\boxed{a}$ è discontinua ma limitata in un intorno di $x = 0$; $\boxed{b}$ ha una discontinuità eliminabile per $x = 0$; $\boxed{c}$ è derivabile in $x = 0$; $\boxed{d}$ è continua ma non derivabile in $x = 0$.

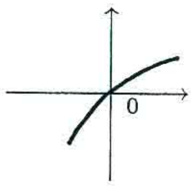
4. Sia $z = x + iy \in \mathbf{C}$. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \ : |\sqrt{2}z - 1| \geq |\sqrt{2}z + 1|\}$ è: $\boxed{a}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 0\}$; $\boxed{b}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 1/2\}$; $\boxed{c}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 0\}$; $\boxed{d}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 1/2\}$.

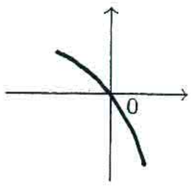
5. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{[f(x)]^2 + 1}\,dx$ è convergente; $\boxed{b}$ f è crescente per x grande ; $\boxed{c}$ f ha minimo in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ f è convessa in $\mathbf{R}$.

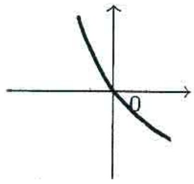
6. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)!}{n!} \log\left(\frac{2n^2}{2n^2-1}\right) =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 2.

7. Vicino all'origine il grafico del polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1 + 3\sin x)$ è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua, tale che $g(1) = 0$. Allora $\displaystyle\int_0^1 \frac{g(x)}{x+1}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle -\int_0^1 g(x)\log(x+1)\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^1 g\,(x)\log(x+1)\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle -\int_0^1 g'(x)\log(x+1)\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_0^1 g'(x)\log(x+1)\,dx$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ f è concava in $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ $\int_0^{+\infty} \frac{1}{[f(x)]^2+1}\, dx$ è convergente; $\boxed{c}$ f è decrescente per x grande ; $\boxtimes$ f ha massimo in $\mathbf{R}$.

2. $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+3)!}{n!} \log\left(\frac{n^2}{n^2-1}\right) =$ $\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}$; $\boxtimes$ $+\infty$; $\boxed{d}$ 1.

3. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^{-1}\cos(2x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$. Allora $y(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{b}$ $\sqrt{3}$; $\boxtimes$ 1; $\boxed{d}$ $\sqrt{5}$.

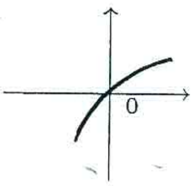
4. La funzione f, definita da $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$ per $x \neq 0$ e $f(0) = 0$, $\boxed{a}$ è continua ma non derivabile in $x = 0$; $\boxtimes$ è discontinua ma limitata in un intorno di $x = 0$; $\boxed{c}$ ha una discontinuità eliminabile per $x = 0$; $\boxed{d}$ è derivabile in $x = 0$.

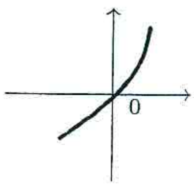
5. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua, tale che $g(0) = 0$. Allora $\int_0^1 \frac{g(x)}{(2-x)^2}\, dx =$ $\boxed{a}$ $g(1) + \int_0^1 \frac{g'(x)}{(2-x)}\, dx$; $\boxed{b}$ $g'(1) + \int_0^1 \frac{g(x)}{(2-x)}\, dx$; $\boxed{c}$ $g'(1) + \int_0^1 \frac{g'(x)}{(2-x)}\, dx$; $\boxtimes$ $g(1) - \int_0^1 \frac{g'(x)}{(2-x)}\, dx$.

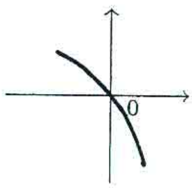
6. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ 1.

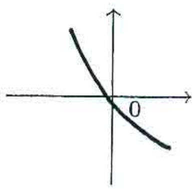
7. Sia $z = x + iy \in \mathbf{C}$. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \ : |\bar{z} - 2| \leq |z+1|\}$ è: $\boxed{a}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 1/2\}$; $\boxed{b}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 0\}$; $\boxtimes$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 1/2\}$; $\boxed{d}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 0\}$.

8. Vicino all'origine il grafico del polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1 - \sin(3x))$ è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

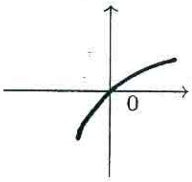
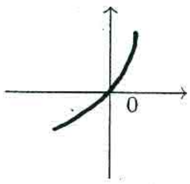
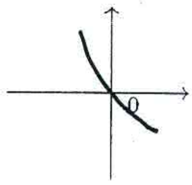
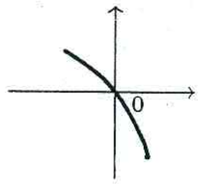
; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Vicino all'origine il grafico del polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1 + 3\sin x)$ è:

$\boxtimes$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

2. $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ f è decrescente per x grande ; $\boxtimes$ f ha massimo in $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ f è concava in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ $\int_0^{+\infty} \frac{1}{[f(x)]^2+1}\,dx$ è convergente.

3. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)} =$ $\boxtimes$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

4. $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+3)!}{(n+1)!} \log\left(\frac{n^2}{n^2-1}\right) =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxtimes$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

5. Sia $z = x + iy \in \mathbf{C}$. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \ : |z-2| \geq |z+1|\}$ è: $\boxed{a}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 1/2\}$; $\boxed{b}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 0\}$; $\boxtimes$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \leq 1/2\}$; $\boxed{d}$ $\{z \in \mathbf{C} \ : x \geq 0\}$.

6. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua, tale che $g(0) = 0$. Allora $\int_0^1 \frac{g(x)}{2-x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\int_0^1 g(x)\log(2-x)\,dx$; $\boxed{b}$ $-\int_0^1 g'(x)\log(2-x)\,dx$; $\boxtimes$ $\int_0^1 g'(x)\log(2-x)\,dx$; $\boxed{d}$ $-\int_0^1 g(x)\log(2-x)\,dx$.

7. Se $y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^{-1}\cos x \\ y(0) = 1 \end{cases}$. Allora $y(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $\sqrt{5}$; $\boxed{c}$ $\sqrt{2}$; $\boxtimes$ $\sqrt{3}$.

8. La funzione f, definita da $f(x) = |x|\sin x$, $\boxed{a}$ ha una discontinuità eliminabile per $x = 0$; $\boxtimes$ è derivabile in $x = 0$; $\boxed{c}$ è continua ma non derivabile in $x = 0$; $\boxed{d}$ è discontinua ma limitata in un intorno di $x = 0$.

ANALISI MATEMATICA 1	23 gennaio 2012

1. **(6 punti)** Calcolate
$$\int_{\log 2}^{\log 3} \frac{e^{6x}}{e^{4x}-1}\,dx.$$

Ponendo $t = e^{2x}$, da cui $dt = 2e^{2x}dx$, si ha

$$\int_{\log 2}^{\log 3} \frac{e^{6x}}{e^{4x}-1}\,dx = \frac{1}{2}\int_{\log 2}^{\log 3} \frac{e^{4x}\cdot e^{2x}}{e^{4x}-1}\,dx = \frac{1}{2}\int_4^9 \frac{t^2}{t^2-1}\,dt = \frac{1}{2}\int_4^9 \frac{t^2-1+1}{t^2-1}\,dt =$$

$x=\log 2 \to t=4$
$x=\log 3 \to t=9$

$$= \frac{1}{2}\int_4^9 1\,dt + \frac{1}{2}\int_4^9 \frac{1}{t^2-1}\,dt = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}\int_4^9 \frac{1}{t^2-1}\,dt.$$

Ora l'integrale di $1/_{t^2-1}$ (funzione razionale) si scompone come:

$$\frac{1}{t^2-1} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{t+1} = \frac{At+A+Bt-B}{(t-1)(t+1)}, \text{ cioè } \begin{cases} A+B=0 \\ A-B=1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} B=-1/2 \\ \uparrow \\ A=1/2 \end{matrix}.$$

Dunque

$$\frac{1}{2}\int_4^9 \frac{1}{t^2-1}\,dt = \frac{1}{4}\int_4^9\left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1}\right)dt = \frac{1}{4}\left(\log|t-1| - \log|t+1|\right)\Big|_{t=4}^{t=9} =$$

$$= \frac{1}{4}\left(\log 8 - \log 3 - \log 10 + \log 5\right) = \frac{1}{4}\log\frac{40}{30} = \frac{1}{4}\log\frac{4}{3}.$$

Il risultato è dunque $\frac{5}{2} + \frac{1}{4}\log\frac{4}{3}$.

ANALISI MATEMATICA 1	23 gennaio 2012

2. (6 punti) Trovate i punti di massimo e minimo, relativi ed assoluti, in $(-\infty, +\infty)$ di f definita da

$$f(x) = |(x-2)^2 - 3x + 6|e^{-x}.$$

Si ha $(x-2)^2-3x+6 = (x-2)^2-3(x-2) = (x-2)(x-2-3) = (x-2)(x-5) = x^2-7x+10$.

Dunque

$$f(x) = \begin{cases} (x^2-7x+10)e^{-x} & \text{per } x \leq 2,\ x \geq 5 \\ -(x^2-7x+10)e^{-x} & \text{per } 2 < x < 5. \end{cases}$$

[La funzione $(x-2)(x-5)$ ha come grafico una parabola rivolta verso l'alto, dunque è positiva per $x \leq 2$ e $x \geq 5$...]

Si ha anche $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (-\infty, +\infty)$, $f(2)=0$, $f(5)=0$ e

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (x^2-7x+10)e^{-x} = 0$$ [e^x va più rapidamente all'infinito di ogni polinomio]

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^2-7x+10)e^{-x} = +\infty.$$

Da quest'ultima informazione possiamo concludere che $f(x)$ non ha massimo assoluto in $(-\infty,+\infty)$. Inoltre 2 e 5 sono punti di minimo assoluto, dato che $f(x) \geq 0$ per ogni x e $f(2)=0$, $f(5)=0$.

Per vedere crescenza e decrescenza di f calcoliamo la derivata: si ha, per $x<2$ e $x>5$ (mentre per $2<x<5$ basta cambiare il segno!)

$$f'(x) = (2x-7)e^{-x} - (x^2-7x+10)e^{-x} = e^{-x}(-x^2+9x-17).$$

Essendo $x^2-9x+17=0$ per $x = \frac{9 \mp \sqrt{81-68}}{2} = \frac{9\mp\sqrt{13}}{2}$, e valendo inoltre

$$2 < \frac{9-\sqrt{13}}{2} < 5 < \frac{9+\sqrt{13}}{2}$$ (facile verifica anche senza calcolatrice, dato che $3<\sqrt{13}<4$...),

si conclude che $f'(x) \leq 0$ per $x<2$, $\frac{9-\sqrt{13}}{2} \leq x < 5$, $x \geq \frac{9+\sqrt{13}}{2}$, mentre $f'(x) \geq 0$ per $2 < x \leq \frac{9-\sqrt{13}}{2}$, $5 < x \leq \frac{9+\sqrt{13}}{2}$. [$f'$ ha il segno opposto di $x^2-9x+17$ per $x<2$ e $x>5$, mentre ha lo stesso segno di $x^2-9x+17$ per $2<x<5$; d'altro canto $x^2-9x+17$ ha segno positivo per $x \leq \frac{9-\sqrt{13}}{2}$ e $x \geq \frac{9+\sqrt{13}}{2}$, mentre ha segno negativo per $\frac{9-\sqrt{13}}{2} \leq x \leq \frac{9+\sqrt{13}}{2}$.]

In conclusione, $\frac{9-\sqrt{13}}{2}$ e $\frac{9+\sqrt{13}}{2}$ sono punti di massimo relativo.

ANALISI MATEMATICA 1	23 gennaio 2012

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 2e^{2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

È un'equazione del secondo ordine, lineare, a coefficienti costanti, non-omogenea. Il polinomio associato è r^2+2r+1, per cui

$$r^2+2r+1=0 \iff (r+1)^2=0 \iff r=-1 \text{ (doppia)}.$$

La soluzione generale $y_0(x)$ dell'omogenea è dunque

$$y_0(x) = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x}, \quad c_1 \in \mathbb{R},\ c_2 \in \mathbb{R}.$$

La soluzione particolare della non-omogenea è della forma $y_*(x) = Ae^{2x}$.
Dunque, essendo $y_*' = 2Ae^{2x}$, $y_*'' = 4Ae^{2x}$, si ha

$$4Ae^{2x} + 2\cdot 2Ae^{2x} + Ae^{2x} = 9Ae^{2x} = 2e^{2x},$$

cioè $A = 2/9$.

Tutte le soluzioni della non-omogenea sono dunque date da

$$y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x} + \frac{2}{9} e^{2x}, \quad c_1 \in \mathbb{R},\ c_2 \in \mathbb{R}.$$

Imponendo il dato di Cauchy, essendo $y' = -c_1 e^{-x} + c_2 e^{-x} - c_2 x e^{-x} + \frac{4}{9} e^{2x}$, si ha

$$\begin{cases} y(0) = c_1 + 2/9 = 0 & \longrightarrow \quad c_1 = -2/9 \\ y'(0) = -c_1 + c_2 + 4/9 = 0 & \quad\ \ c_2 = c_1 - 4/9 = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

In conclusione la soluzione del problema di Cauchy è

$$y(x) = -\frac{2}{9} e^{-x} - \frac{2}{3} x e^{-x} + \frac{2}{9} e^{2x}.$$