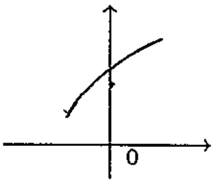
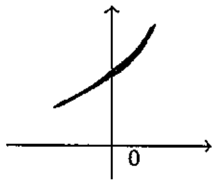
ANALISI MATEMATICA 1		23 giugno 2011
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

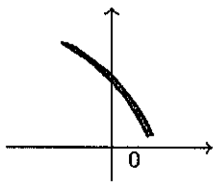
Corso di laurea:

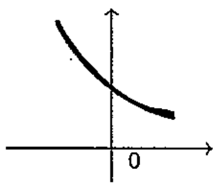
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Qual è il grafico vicino all'origine del polinomio di Taylor di secondo grado e di centro 0 della funzione $f(x) = e^{-2x^2}(1-2x)$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; ☒ 

; $\boxed{d}$ 

.

2. $\displaystyle\int_0^1 f(2\sqrt{x})(x+1)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 4\int_0^1 f(t)\left(t^3 + \frac{3}{2}t\right)dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle 2\int_0^1 f(t)(t^3+2t)\,dt$; ☒ $\displaystyle \frac{1}{8}\int_0^2 f(t)(t^3+4t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle 16\int_0^1 f(t)(2t^3+t)\,dt$.

3. Qual è l'insieme dei valori del parametro β per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x^2+\cos^2 x}{\sqrt{x}(1+x^\beta)}\,dx$ è convergente? $\boxed{a}$ $\beta > 2$; $\boxed{b}$ $1 < \beta < 2$; ☒ $\beta > \frac{5}{2}$; $\boxed{d}$ $\beta > \frac{1}{2}$.

4. Quale delle seguenti funzioni **non** è derivabile nel punto $x = 0$? ☒ $|x|\,(e^x-2)$; $\boxed{b}$ $|x|\sin x$; $\boxed{c}$ $|x \sin x|$; $\boxed{d}$ $x\,|e^x-2|$.

5. La retta perpendicolare al grafico di $g(x) = e^{2x^2-2} + \frac{1}{x^2}$ nel punto (1,2) è: $\boxed{a}$ $y = \frac{1}{5}x + \frac{9}{5}$; $\boxed{b}$ $y = x+1$; ☒ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$; $\boxed{d}$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

6. Il sottoinsieme dei numeri complessi descritto da $|1+z| \leq 1$, $|\mathrm{Im}\, z| \leq 2$ è: $\boxed{a}$ un semicerchio; $\boxed{b}$ un rettangolo; ☒ un cerchio; $\boxed{d}$ un punto.

7. L'area della parte di piano compresa fra i grafici di $f(x) = 2 - x^2$ e di $g(x) = -x$ è: $\boxed{a}$ $\frac{11}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{14}{3}$; ☒ $\frac{9}{2}$.

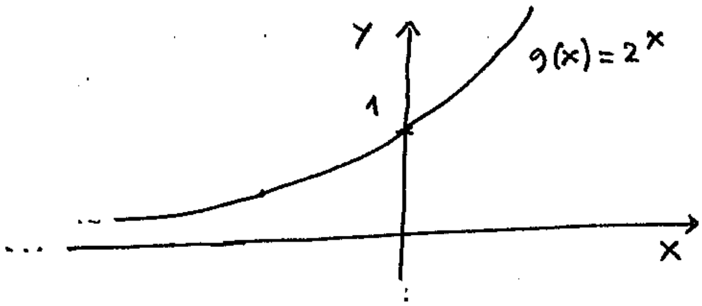
8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e **non negativa**. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? ☒ Se $\displaystyle\int_{-1}^1 f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1,1]$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2}\,dx$ è convergente; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^2 f(x)\,dx$ è divergente; $\boxed{d}$ Se $\displaystyle\int_{-1}^1 x\,f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1,1]$.

ANALISI MATEMATICA 1	23 giugno 2011

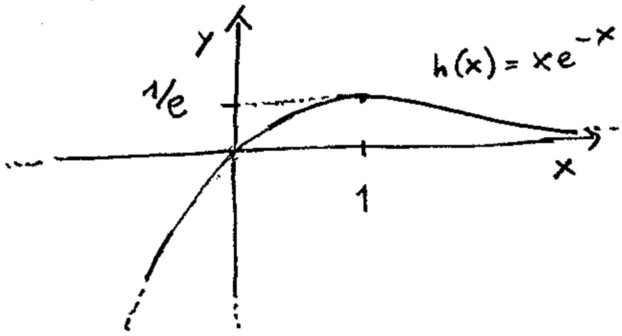
1. (6 punti) Trovate, in funzione del parametro reale a, se esistono e quali sono i punti di massimo e di minimo relativo ed assoluto della funzione

$$f_a(x) = \begin{cases} 2^x & \text{se } x < a, \\ xe^{-x} & \text{se } x \geq a. \end{cases}$$

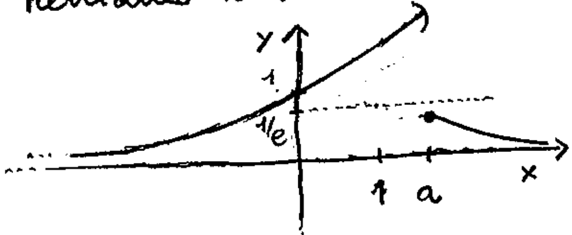
Chiamiamo $g(x) = 2^x$, $x \in \mathbb{R}$, e $h(x) = xe^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$. Il grafico di $g(x)$, che è un esponenziale di base $2 > 1$, è:



Quanto a $h(x)$, si ha $h(0) = 0$, $\lim_{x \to +\infty} h(x) = 0$ (perché e^x va all'infinito più velocemente di x...), $\lim_{x \to -\infty} h(x) = -\infty$, $h'(x) = e^{-x} - xe^{-x} = e^{-x}(1-x)$, quindi $h(x)$ cresce per $x < 1$ e decresce per $x > 1$. Il suo grafico è

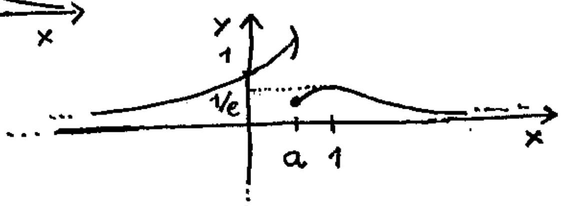


Mettiamo insieme le informazioni: se $\underline{a \geq 1}$ si ha



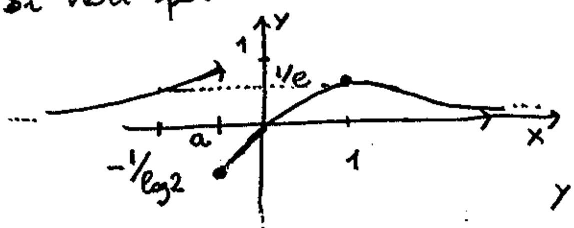
[Nessun massimo relativo, nessun minimo relativo (e neanche assoluti...)

Se $\underline{0 < a < 1}$:



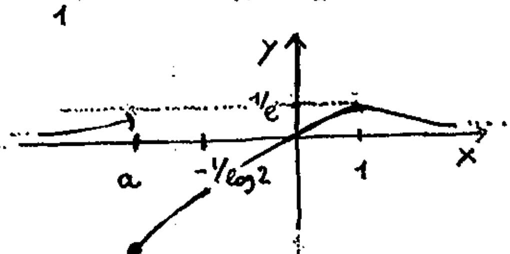
[$x = 1$ massimo relativo

Si noti poi che $2^x > 1/e$ per $x > \log_2(1/e) = -1/\log 2$. Dunque per $\underline{-1/\log 2 < a \leq 0}$:



[$x = 1$ massimo relativo
$x = a$ minimo assoluto

Se $\underline{a \leq -1/\log 2}$:



[$x = 1$ massimo assoluto
$x = a$ minimo assoluto.

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2+4)(1-2x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Determinate in quale intervallo contenente $x = 0$ la soluzione è definita ed in quale parte di tale intervallo è crescente.

È un'equazione differenziale del 1° ordine, <u>non</u> lineare, a variabili separabili. Dunque

$$\frac{dy}{dx} = (y^2+4)(1-2x) \longrightarrow \frac{dy}{y^2+4} = (1-2x)\,dx,$$

e integrando

$$\int \frac{dy}{y^2+4} = \frac{1}{4}\int \frac{dy}{(y/2)^2+1} \overset{y/2=t,\ dy=2dt}{=} \frac{1}{4}\int \frac{2dt}{t^2+1} = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} t + c_1 = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}(y/2) + c_1,$$

$$\int (1-2x)\,dx = x - x^2 + c_2.$$

Imponendo il dato di Cauchy $y(0) = 0$ viene

$$0 + c_1 = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{y(0)}{2} + c_1 = (x - x^2 + c_2)_{|x=0} = c_2, \text{ dunque } c_1 = c_2.$$

Così

$$\frac{1}{2}\operatorname{arctg}(y/2) = x - x^2 \longrightarrow \operatorname{arctg}(y/2) = 2x - 2x^2 \longrightarrow \boxed{y(x) = 2\operatorname{tg}(2x - 2x^2).}$$

La tangente non è definita per $x = \pi/2 + k\pi$, $k = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$. Siccome si richiede che l'intervallo di definizione di $y(x)$ contenga $x = 0$, bisogna considerare l'intervallo $(-\pi/2, \pi/2)$ $[\, 2x - 2x^2{}_{|x=0} = 0 \dots]$.

Quindi si richiede

$$-\pi/4 < x - x^2 < \pi/4 \longrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - x + \pi/4 > 0 \;:\; x = \frac{1 \mp \sqrt{1-\pi}}{2} \text{ radici complesse, } \underline{\text{vero } \forall x} \\ x^2 - x - \pi/4 < 0 \;:\; x = \frac{1 \mp \sqrt{1+\pi}}{2}, \quad \frac{1-\sqrt{1+\pi}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{1+\pi}}{2}. \end{array}\right.$$

Dunque la soluzione è definita per

$$\boxed{\frac{1-\sqrt{1+\pi}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{1+\pi}}{2}.}$$

Siccome $y' = (y^2+4)(1-2x)$, si ha $y'(x) > 0$ per $(1-2x) > 0$, cioè $x < 1/2$.

Quindi $y(x)$ è crescente per

$$\boxed{\frac{1-\sqrt{1+\pi}}{2} < x < 1/2.}$$

ANALISI MATEMATICA 1	23 giugno 2011

3. (6 punti) Determinare l'insieme dei valori di $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k^2 + e^{-k}}{2^{k+1}} \left(\frac{5x+1}{x^2+1} \right)^k$$

è convergente.

Ponendo $\frac{5x+1}{x^2+1} = t$, la serie diventa la serie di potenze $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k^2+e^{-k}}{2^{k+1}} t^k$.

Il raggio di convergenza è $\left(1/r = \lim_{k\to\infty} \frac{|a_{k+1}|}{|a_k|} \dots \right)$:

$$\frac{1}{r} = \lim_{k\to\infty} \frac{2(k+1)^2 + e^{-k-1}}{2^{k+2}} \frac{2^{k+1}}{2k^2+e^{-k}} = \lim_{k\to\infty} \frac{2(k+1)^2}{2k^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(si è tenuto conto del fatto che $2k^2+e^{-k} \approx 2k^2 \dots$).

Quindi la serie converge assolutamente per $|t|<2$, cioè $\frac{|5x+1|}{x^2+1} < 2$, e non converge per $\frac{|5x+1|}{x^2+1} > 2$. Vediamo più precisamente

$$-2 < \frac{5x+1}{x^2+1} < 2 \rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2 - 5x + 1 > 0 \ : \ x = \frac{5 \mp \sqrt{25-8}}{4}, \quad x < \frac{5-\sqrt{17}}{4} \text{ o } x > \frac{5+\sqrt{17}}{4} \\ 2x^2+5x+3>0 \ : \ x = \frac{-5 \mp \sqrt{25-24}}{4}, \quad x < -3/2 \text{ o } x > -1 . \end{array} \right.$$

Siccome $-3/2 < -1 < \frac{5-\sqrt{17}}{4} < \frac{5+\sqrt{17}}{4}$, in conclusione si ottiene convergenza per

$$x < -3/2 \ , \ -1 < x < \frac{5-\sqrt{17}}{4}, \ x > \frac{5+\sqrt{17}}{4},$$

(e non convergenza per $-3/2 < x < -1$, $\frac{5-\sqrt{17}}{4} < x < \frac{5+\sqrt{17}}{4}$).

Per $x = -3/2$ e $x = -1$ la serie diventa

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k^2+e^{-k}}{2^{k+1}} (-2)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k^2+e^{-k}}{2} (-1)^k .$$

Siccome $|a_k| = \frac{2k^2+e^{-k}}{2} \not\to 0$, si deduce che la serie <u>non</u> converge.

Per $x = \frac{5-\sqrt{17}}{4}$ e $x = \frac{5+\sqrt{17}}{4}$ la serie diventa

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k^2+e^{-k}}{2^{k+1}} 2^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k^2+e^{-k}}{2} .$$

Siccome $a_k = \frac{2k^2+e^{-k}}{2} \not\to 0$, si deduce che la serie <u>non</u> converge.

In conclusione, c'è convergenza per

$$\boxed{x < -3/2 \ , \ -1 < x < \frac{5-\sqrt{17}}{4}, \ x > \frac{5+\sqrt{17}}{4} .}$$

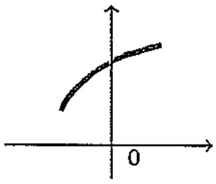
ANALISI MATEMATICA 1		23 giugno 2011
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

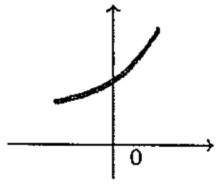
Corso di laurea:

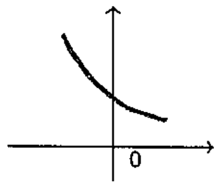
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

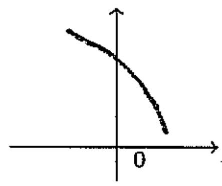
1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e **non negativa**. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^2 f(x)\,dx$ è divergente; $\boxed{b}$ Se $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\,f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1,1]$; $\boxtimes$ Se $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1,1]$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2}\,dx$ è convergente.

2. Qual è il grafico vicino all'origine del polinomio di Taylor di secondo grado e di centro 0 della funzione $f(x) = e^{-x^2}(1+2x)$?

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

3. Il sottoinsieme dei numeri complessi descritto da $|1+z| \le 1$, $|\mathrm{Im}\,z| \le 2$ è: $\boxtimes$ un cerchio; $\boxed{b}$ un punto; $\boxed{c}$ un semicerchio; $\boxed{d}$ un rettangolo.

4. $\displaystyle\int_0^1 f(\sqrt{x})(x+2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle\frac{1}{8}\int_0^2 f(t)(t^3+4t)\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle 16\int_0^1 f(t)(2t^3+t)\,dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle 4\int_0^1 f(t)\left(t^3+\frac{3}{2}t\right)dt$; $\boxtimes$ $\displaystyle 2\int_0^1 f(t)(t^3+2t)\,dt$.

5. L'area della parte di piano compresa fra i grafici di $f(x) = x^2-3$ e di $g(x) = 2x$ è: $\boxed{a}$ $\frac{14}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{11}{2}$; $\boxtimes$ $\frac{32}{3}$.

6. La retta perpendicolare al grafico di $g(x) = e^{2x^2-2} + \frac{1}{x^2}$ nel punto (1,2) è: $\boxtimes$ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$; $\boxed{b}$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$; $\boxed{c}$ $y = \frac{1}{5}x + \frac{9}{5}$; $\boxed{d}$ $y = x+1$.

7. Qual è l'insieme dei valori del parametro β per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x^4+\sin^2 x}{x(1+x^{2\beta})}\,dx$ è convergente? $\boxed{a}$ $\beta > \frac{5}{2}$; $\boxed{b}$ $\beta > \frac{1}{2}$; $\boxtimes$ $\beta > 2$; $\boxed{d}$ $1 < \beta < 2$.

8. Quale delle seguenti funzioni **non** è derivabile nel punto $x = 0$? $\boxed{a}$ $|x \sin x|$; $\boxed{b}$ $x\,|e^x - 2|$; $\boxtimes$ $|x|\,(e^x-2)$; $\boxed{d}$ $|x| \sin x$.

ANALISI MATEMATICA 1		23 giugno 2011
Cognome:	Nome:	Matricola:

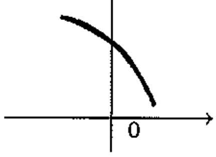
Corso di laurea:

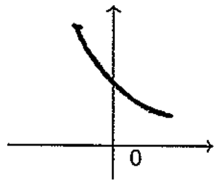
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

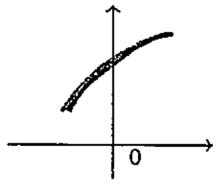
1. L'area della parte di piano compresa fra i grafici di $f(x) = x^2 - 2$ e di $g(x) = x$ è: $\boxed{a}$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{14}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{11}{2}$.

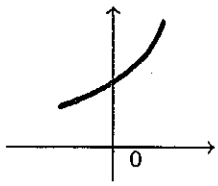
2. La retta perpendicolare al grafico di $g(x) = e^{x^2-1} + \frac{1}{x^3}$ nel punto (1,2) è: $\boxtimes$ $y = x + 1$; $\boxed{b}$ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$; $\boxed{c}$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$; $\boxed{d}$ $y = \frac{1}{5}x + \frac{9}{5}$.

3. Qual è il grafico vicino all'origine del polinomio di Taylor di secondo grado e di centro 0 della funzione $f(x) = e^{2x^2}(1 + x)$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxtimes$ 

.

4. Il sottoinsieme dei numeri complessi descritto da $|i + z| \le 2$, $|\mathrm{Re}(z - 1)| \le 1$ è: $\boxed{a}$ un rettangolo; $\boxed{b}$ un cerchio; $\boxed{c}$ un punto; $\boxtimes$ un semicerchio.

5. Quale delle seguenti funzioni **non** è derivabile nel punto $x = 0$? $\boxed{a}$ $|x|\sin x$; $\boxed{b}$ $|x \sin x|$; $\boxed{c}$ $x\,|\cos x|$; $\boxtimes$ $|x|\,\cos x$.

6. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e **non negativa**. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2}\,dx$ è convergente; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^2 f(x)\,dx$ è divergente; $\boxed{c}$ Se $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\,f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1, 1]$; $\boxtimes$ Se $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^2 f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1, 1]$.

7. $\displaystyle\int_0^4 f\Big(\frac{\sqrt{x}}{2}\Big)(x + 2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 2\int_0^1 f(t)(t^3 + 2t)\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle \frac{1}{8}\int_0^2 f(t)(t^3 + 4t)\,dt$; $\boxtimes$ $\displaystyle 16\int_0^1 f(t)(2t^3 + t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle 4\int_0^1 f(t)\Big(t^3 + \frac{3}{2}t\Big)\,dt$.

8. Qual è l'insieme dei valori del parametro β per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x} + \sin^4 x}{x(1 + x^\beta)}\,dx$ è convergente? $\boxed{a}$ $1 < \beta < 2$; $\boxed{b}$ $\beta > \frac{5}{2}$; $\boxtimes$ $\beta > \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\beta > 2$.

ANALISI MATEMATICA 1		23 giugno 2011
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Corso di laurea:

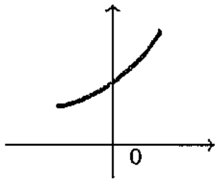
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

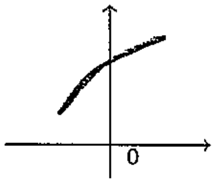
1. Quale delle seguenti funzioni **non** è derivabile nel punto $x = 0$? $\boxtimes$ $|x|\log(4+x)$; $\boxed{b}$ $|x|\sin x$; $\boxed{c}$ $|x\sin x|$; $\boxed{d}$ $x\,|\log(4+x)|$.

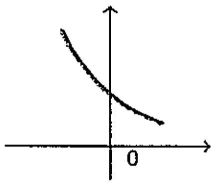
2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e **non negativa**. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxtimes$ Se $\displaystyle\int_0^1 x\,f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[0,1]$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2}\,dx$ è convergente; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^2\,f(x)\,dx$ è divergente; $\boxed{d}$ Se $\displaystyle\int_{-1}^1 x\,f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1,1]$.

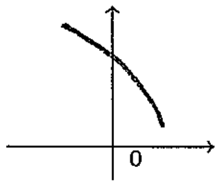
3. La retta perpendicolare al grafico di $g(x) = e^{-2x^2+2} + \frac{1}{x}$ nel punto (1,2) è: $\boxtimes$ $y = \frac{1}{5}x + \frac{9}{5}$; $\boxed{b}$ $y = x+1$; $\boxed{c}$ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$; $\boxed{d}$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

4. Qual è il grafico vicino all'origine del polinomio di Taylor di secondo grado e di centro 0 della funzione $f(x) = e^{-2x^2}(1-2x)$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxtimes$ 

.

5. Qual è l'insieme dei valori del parametro β per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x^2+\cos^2 x}{\sqrt{x}(1+x^\beta)}\,dx$ è convergente? $\boxed{a}$ $\beta > 2$; $\boxed{b}$ $1 < \beta < 2$; $\boxtimes$ $\beta > \frac{5}{2}$; $\boxed{d}$ $\beta > \frac{1}{2}$.

6. L'area della parte di piano compresa fra i grafici di $f(x) = 2 - x^2$ e di $g(x) = -x$ è: $\boxed{a}$ $\frac{11}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{14}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{9}{2}$.

7. Il sottoinsieme dei numeri complessi descritto da $|\mathrm{Im}\,(1+z)| \le 1$, $|z-2i| \le 1$ è: $\boxed{a}$ un semicerchio; $\boxed{b}$ un rettangolo; $\boxed{c}$ un cerchio; $\boxtimes$ un punto.

8. $\displaystyle\int_0^1 f(2\sqrt{x})(x+1)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 4\int_0^1 f(t)\Big(t^3 + \frac{3}{2}t\Big)\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle 2\int_0^1 f(t)(t^3+2t)\,dt$; $\boxtimes$ $\displaystyle \frac{1}{8}\int_0^2 f(t)(t^3+4t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle 16\int_0^1 f(t)(2t^3+t)\,dt$.

ANALISI MATEMATICA 1		23 giugno 2011
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Corso di laurea:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

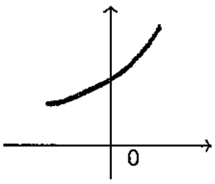
1. Il sottoinsieme dei numeri complessi descritto da $|\mathrm{Im}\,(1+z)| \le 1$, $|z-2i| \le 1$ è: $\boxed{a}$ un rettangolo; $\boxed{b}$ un cerchio; ☒ un punto; $\boxed{d}$ un semicerchio.

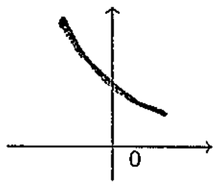
2. Qual è l'insieme dei valori del parametro β per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}+\sin^4 x}{x(1+x^\beta)}\,dx$ è convergente? $\boxed{a}$ $1<\beta<2$; $\boxed{b}$ $\beta > \frac{5}{2}$; ☒ $\beta > \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\beta > 2$.

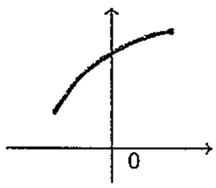
3. Quale delle seguenti funzioni **non** è derivabile nel punto $x=0$? $\boxed{a}$ $|x|\sin x$; $\boxed{b}$ $|x\sin x|$; $\boxed{c}$ $x\,|\log(4+x)|$; ☒ $|x|\,\log(4+x)$.

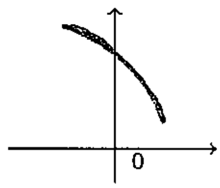
4. L'area della parte di piano compresa fra i grafici di $f(x)=x^2-3$ e di $g(x)=2x$ è: ☒ $\frac{32}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{14}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{11}{2}$.

5. Qual è il grafico vicino all'origine del polinomio di Taylor di secondo grado e di centro 0 della funzione $f(x)=e^{x^2}(1-4x)$?

$\boxed{a}$ 

; ☒ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. $\displaystyle\int_0^4 f\Big(\frac{\sqrt{x}}{2}\Big)(x+2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 2\int_0^1 f(t)(t^3+2t)\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle \frac{1}{8}\int_0^2 f(t)(t^3+4t)\,dt$; ☒ $\displaystyle 16\int_0^1 f(t)(2t^3+t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle 4\int_0^1 f(t)\Big(t^3+\frac{3}{2}t\Big)\,dt$.

7. Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ una funzione continua e **non negativa**. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{f(x)}{x^2}\,dx$ è convergente; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^2 f(x)\,dx$ è divergente; $\boxed{c}$ Se $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\,f(x)\,dx = 0$ allora $f(x)=0$ in $[-1,1]$; ☒ Se $\displaystyle\int_0^1 x\,f(x)\,dx=0$ allora $f(x)=0$ in $[0,1]$

8. La retta perpendicolare al grafico di $g(x)=e^{-x^2+1}+\frac{1}{x}$ nel punto (1,2) è: $\boxed{a}$ $y=x+1$; $\boxed{b}$ $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$; ☒ $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$; $\boxed{d}$ $y=\frac{1}{5}x+\frac{9}{5}$.

ANALISI MATEMATICA 1		23 giugno 2011
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Corso di laurea:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. La retta perpendicolare al grafico di $g(x) = e^{x^2-1} + \frac{1}{x^3}$ nel punto (1,2) è: $\boxed{a}$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$; $\boxed{b}$ $y = \frac{1}{5}x + \frac{9}{5}$; $\boxtimes$ $y = x + 1$; $\boxed{d}$ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

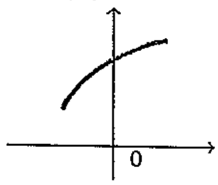
2. Il sottoinsieme dei numeri complessi descritto da $|\mathrm{Re}\,(1+z)| \leq 1$, $|\mathrm{Im}\, z| \leq 2$ è: $\boxed{a}$ un punto; $\boxed{b}$ un semicerchio; $\boxtimes$ un rettangolo; $\boxed{d}$ un cerchio.

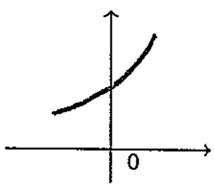
3. $\displaystyle\int_0^1 f(\sqrt{x})(x+2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 16\int_0^1 f(t)(2t^3+t)\,dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle 4\int_0^1 f(t)\left(t^3+\frac{3}{2}t\right)dt$; $\boxtimes$ $\displaystyle 2\int_0^1 f(t)(t^3+2t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle \frac{1}{8}\int_0^2 f(t)(t^3+4t)\,dt$.

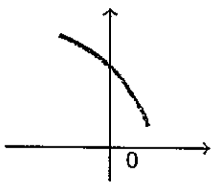
4. Qual è l'insieme dei valori del parametro β per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x+\sin^2 x}{x^\beta(1+x)}\,dx$ è convergente? $\boxed{a}$ $\beta > \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\beta > 2$; $\boxtimes$ $1 < \beta < 2$; $\boxed{d}$ $\beta > \frac{5}{2}$.

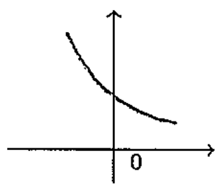
5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e **non negativa**. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ Se $\displaystyle\int_{-1}^1 x\,f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1,1]$; $\boxtimes$ Se $\displaystyle\int_{-1}^1 x^2 f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1,1]$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2}\,dx$ è convergente; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^2 f(x)\,dx$ è divergente.

6. Qual è il grafico vicino all'origine del polinomio di Taylor di secondo grado e di centro 0 della funzione $f(x) = e^{-x^2}(1+2x)$?

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. Quale delle seguenti funzioni **non** è derivabile nel punto $x = 0$? $\boxed{a}$ $x\,|\cos x|$; $\boxtimes$ $|x|\,\cos x$; $\boxed{c}$ $|x|\sin x$; $\boxed{d}$ $|x \sin x|$.

8. L'area della parte di piano compresa fra i grafici di $f(x) = x^2 - 2$ e di $g(x) = x$ è: $\boxtimes$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{11}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{14}{3}$.

ANALISI MATEMATICA 1		23 giugno 2011
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Corso di laurea:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Qual è l'insieme dei valori del parametro β per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x+\sin^2 x}{x^\beta(1+x)}\,dx$ è convergente? $\boxed{a}$ $\beta > \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\beta > 2$; $\boxtimes$ $1 < \beta < 2$; $\boxed{d}$ $\beta > \frac{5}{2}$.

2. L'area della parte di piano compresa fra i grafici di $f(x) = 3 - x^2$ e di $g(x) = -2x$ è: $\boxed{a}$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{11}{2}$; $\boxtimes$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{14}{3}$.

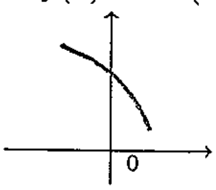
3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e **non negativa.** Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ Se $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\,f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1,1]$; $\boxtimes$ Se $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 0$ allora $f(x) = 0$ in $[-1,1]$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2}\,dx$ è convergente; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^2\,f(x)\,dx$ è divergente.

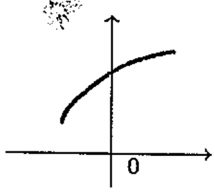
4. La retta perpendicolare al grafico di $g(x) = e^{-x^2+1} + \frac{1}{x}$ nel punto (1,2) è: $\boxtimes$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$; $\boxed{b}$ $y = \frac{1}{5}x + \frac{9}{5}$; $\boxed{c}$ $y = x + 1$; $\boxed{d}$ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

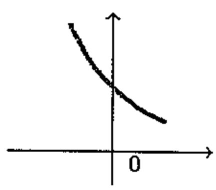
5. $\displaystyle\int_0^1 f(\sqrt{x})(2x+3)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 16\int_0^1 f(t)(2t^3+t)\,dt$; $\boxtimes$ $\displaystyle 4\int_0^1 f(t)\left(t^3+\frac{3}{2}t\right)dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle 2\int_0^1 f(t)(t^3+2t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle \frac{1}{8}\int_0^2 f(t)(t^3+4t)\,dt$.

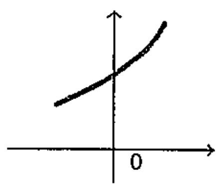
6. Quale delle seguenti funzioni **non** è derivabile nel punto $x = 0$? $\boxed{a}$ $x\,|e^x - 2|$; $\boxtimes$ $|x|\,(e^x - 2)$; $\boxed{c}$ $|x|\sin x$; $\boxed{d}$ $|x \sin x|$.

7. Qual è il grafico vicino all'origine del polinomio di Taylor di secondo grado e di centro 0 della funzione $f(x) = e^{x^2}(1-4x)$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. Il sottoinsieme dei numeri complessi descritto da $|\mathrm{Re}\,(1+z)| \le 1$, $|\mathrm{Im}\,z| \le 2$ è: $\boxed{a}$ un punto; $\boxed{b}$ un semicerchio; $\boxtimes$ un rettangolo; $\boxed{d}$ un cerchio.

ANALISI MATEMATICA 1		23 giugno 2011
Cognome:	Nome:	Matricola:

Corso di laurea:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. $\int_0^1 f(\sqrt{x})(2x+3)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{8}\int_0^2 f(t)(t^3+4t)\,dt$; $\boxed{b}$ $16\int_0^1 f(t)(2t^3+t)\,dt$; $\boxtimes$ $4\int_0^1 f(t)\left(t^3+\frac{3}{2}t\right)dt$; $\boxed{d}$ $2\int_0^1 f(t)(t^3+2t)\,dt$.

2. Quale delle seguenti funzioni **non** è derivabile nel punto $x=0$? $\boxed{a}$ $|x\sin x|$; $\boxed{b}$ $x\,|\cos x|$; $\boxtimes$ $|x|\cos x$; $\boxed{d}$ $|x|\sin x$.

3. L'area della parte di piano compresa fra i grafici di $f(x)=3-x^2$ e di $g(x)=-2x$ è: $\boxed{a}$ $\frac{14}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{11}{2}$; $\boxtimes$ $\frac{32}{3}$.

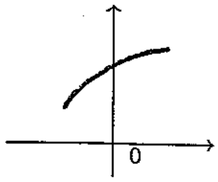
4. Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ una funzione continua e **non negativa**. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $\int_0^{+\infty} x^2 f(x)\,dx$ è divergente; $\boxed{b}$ Se $\int_{-1}^1 x\,f(x)\,dx = 0$ allora $f(x)=0$ in $[-1,1]$; $\boxtimes$ Se $\int_{-1}^1 x^2 f(x)\,dx = 0$ allora $f(x)=0$ in $[-1,1]$; $\boxed{d}$ $\int_1^{+\infty}\frac{f(x)}{x^2}\,dx$ è convergente.

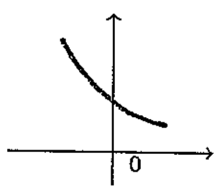
5. Il sottoinsieme dei numeri complessi descritto da $|i+z|\le 2$, $|\mathrm{Re}\,(z-1)|\le 1$ è: $\boxed{a}$ un cerchio; $\boxed{b}$ un punto; $\boxtimes$ un semicerchio; $\boxed{d}$ un rettangolo.

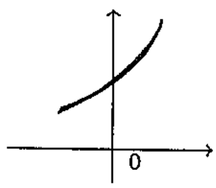
6. Qual è l'insieme dei valori del parametro β per cui l'integrale improprio $\int_0^{+\infty}\frac{x^4+\sin^2 x}{x(1+x^{2\beta})}\,dx$ è convergente? $\boxed{a}$ $\beta>\frac{5}{2}$; $\boxed{b}$ $\beta>\frac{1}{2}$; $\boxtimes$ $\beta>2$; $\boxed{d}$ $1<\beta<2$.

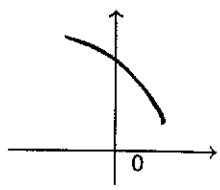
7. La retta perpendicolare al grafico di $g(x)=e^{-2x^2+2}+\frac{1}{x}$ nel punto (1,2) è: $\boxed{a}$ $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$; $\boxed{b}$ $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$; $\boxtimes$ $y=\frac{1}{5}x+\frac{9}{5}$; $\boxed{d}$ $y=x+1$.

8. Qual è il grafico vicino all'origine del polinomio di Taylor di secondo grado e di centro 0 della funzione $f(x)=e^{2x^2}(1+x)$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.