

| ANALISI 1 |       | 28 giugno 2010 |
|-----------|-------|----------------|
| Cognome:  | Nome: | Matricola:     |

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- È consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

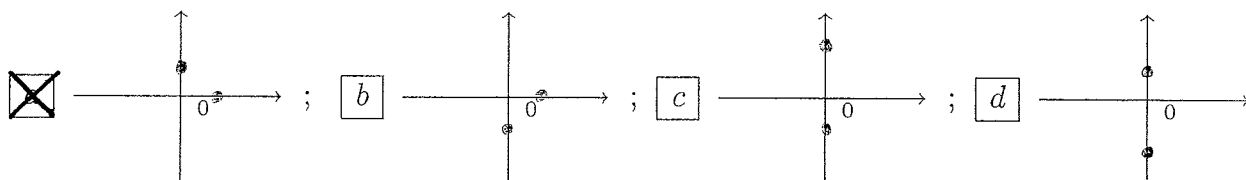
1. Se  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1 + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ , allora  $y(\log 2) =$   a -3;  b 1;  c 3;  d 5.

2. Qual è l'insieme dei valori reali di  $\beta$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^{\beta n}}$  è convergente?  a  $\beta > 1$ ;  b tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  c  $\beta < 0$ ;  d  $\beta > 0$ .

3. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^{5(1-x^3)}$  nel punto  $x = 1$  è:  a  $y = 15(x - 1) + 1$ ;  b  $y = -15(x - 1) + 1$ ;  c  $y = 15(x - 1)$ ;  d  $y = -15x - 1$ .

4. Indicate quale grafico rappresenta le soluzioni dell'equazione

$$z^2 - (i + 1)z + i = 0.$$



5. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro nel punto  $x = -1$ , di  $f(x) = \log\left(\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 4)\right)$  è:  a  $\log\left(\frac{3}{2}\right) + 4(x + 1)$ ;  b  $\log\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{3}(x + 1)^2$ ;  c  $\log\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{3}(x + 1)^2$ ;  d  $\log\left(\frac{3}{2}\right) + 4(x + 1) + \frac{1}{3}(x + 1)^2$ .

6. L'area compresa fra l'asse delle ascisse, il grafico di  $f(x) = xe^{3x} - e^3$  e le rette  $x = 0$  e  $x = 2$  è  a  $\frac{1}{9}(5e^6 - 4e^3)$ ;  b  $\frac{1}{9}(5e^6 - 4e^3 - 1)$ ;  c  $\frac{1}{5}(5e^6 - 4e^3)$ ;  d  $\frac{1}{4}(5e^6 + 4e^3 - 1)$ .

7. Se  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  e  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  sono serie convergenti a termini positivi, quale delle seguenti affermazioni è falsa?  a  $\sum_{n=1}^{\infty} \log(a_n + b_n)$  è convergente;  b  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  è convergente;  c  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  può essere divergente;  d  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1 + b_n}$  è convergente.

8.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{4+x}} dx =$$

a  $\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{5}} \frac{e^{t+4}}{\sqrt{t}} dt$ ;  b  $\frac{2}{e^4} \int_{\sqrt{4}}^{\sqrt{5}} e^{t^2} dt$ ;  c  $\frac{e^4}{2} \int_{\sqrt{4}}^{\sqrt{5}} e^{t^2} dt$ ;  d  $\frac{2}{e^4} \int_0^{\sqrt{5}} \frac{e^{t^2}}{\sqrt{t}} dt$ .

1. (6 punti) Trovate, in funzione del parametro reale  $a$ , i massimi relativi e i minimi relativi nella semiretta  $[0, +\infty)$ , della funzione

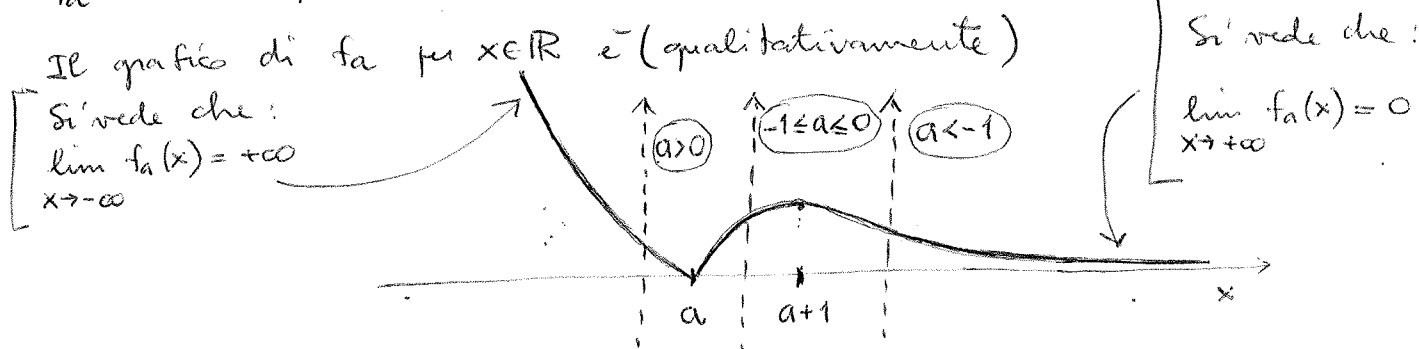
$$f_a(x) = |x - a|e^{1-x}.$$

Si ha  $|x-a| = x-a$  per  $x-a \geq 0$ , cioè  $x \geq a$ ;  $|x-a| = a-x$  per  $x-a \leq 0$ , cioè  $x \leq a$ . Dunque

$$f_a(x) = \begin{cases} (x-a)e^{1-x} & \text{per } x \geq a \\ (a-x)e^{1-x} & \text{per } x \leq a. \end{cases}$$

Si ha  $f_a'(x) = e^{1-x} - (x-a)e^{1-x} = e^{1-x}(1+a-x)$  per  $x \geq a$ ; dunque  $f_a$  cresce per  $a \leq x \leq 1+a$ , decresce per  $x \geq 1+a$ .

Si ha  $f_a'(x) = -e^{1-x} - (a-x)e^{1-x} = e^{1-x}(x-1-a)$  per  $x \leq a$ ; dunque  $f_a$  decresce per  $x \leq a$ .



Concludendo: se  $a > 0$ , si ha 0 punto di massimo relativo, con  $f_a(0) = |a|e$ ; a punto di minimo relativo (anzi, assoluto), con  $f_a(a) = 0$ ;  $a+1$  punto di massimo relativo, con  $f_a(a+1) = e^{-a}$ .

Se  $-1 \leq a \leq 0$ , si ha 0 punto di minimo relativo,  $a+1$  punto di massimo relativo (anzi, assoluto).

Se  $a \leq -1$ , si ha 0 punto di massimo relativo (anzi, assoluto).

[Nel caso  $a > 0$ , quale sia il massimo assoluto fra  $f_a(0)$  e  $f_a(a+1)$  dipende dal valore di  $a$ : questa valutazione non era però richiesta. Precisamente: sia  $A > 0$  l'unica soluzione di  $a e = e^{-a}$ , cioè di  $e^{a+1} = 1/a$ . Per  $a < A$  si ha  $f_a(a+1)$  massimo assoluto; per  $a > A$  si ha  $f_a(0)$  massimo assoluto.]

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2yy' = x \cos(3x) + 2y', \\ y(0) = 4. \end{cases}$$

Si scrive

$$\begin{aligned} 2yy' - 2y' &= x \cos(3x) \\ \parallel \\ 2y'(y-1) & \end{aligned}$$

cioè, separando le variabili:

$$(2y-2) dy = x \cos(3x) dx$$

Integrando

$$\begin{aligned} y^2 - 2y &= \int x \cos(3x) dx = \overset{\text{per parti}}{\frac{1}{3} x \sin(3x) - \frac{1}{3} \int \sin(3x) dx} = \\ &= \frac{1}{3} x \sin(3x) + \frac{1}{9} \cos(3x) + C \end{aligned}$$

Imponendo il dato di Cauchy:

$$4^2 - 2 \cdot 4 = \frac{1}{9} + C \Rightarrow C = \frac{71}{9}$$

Così

$$y^2 - 2y - \frac{1}{3} x \sin(3x) - \frac{1}{9} \cos(3x) - \frac{71}{9} = 0$$

Risolvendo l'equazione di II° grado:

$$y = 1 \mp \sqrt{1 + \frac{1}{3} x \sin(3x) + \frac{1}{9} \cos(3x) + \frac{71}{9}}$$

Dato che deve essere  $y(0) = 4$ , la soluzione con la radice ha segno negativo va scartata. Dunque

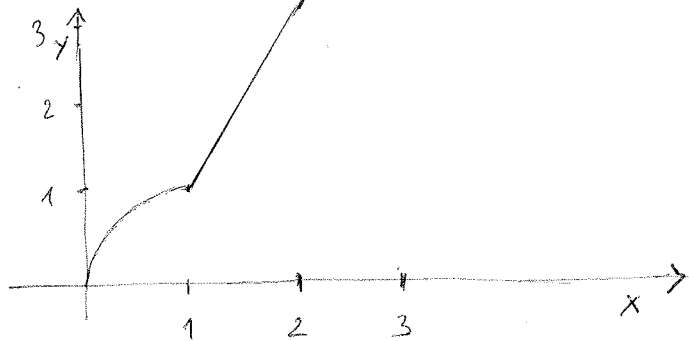
$$y(x) = 1 + \sqrt{\frac{80}{9} + \frac{1}{3} x \sin(3x) + \frac{1}{9} \cos(3x)}$$

3. (6 punti) Sia

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-x^2} & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{per } 1 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

Disegnate il grafico di  $f$  e calcolate l'area della superficie di rotazione ottenuta ruotando il grafico di  $f$  attorno all'asse  $x$ .

Il grafico di  $f$  per  $0 \leq x \leq 1$  ha equazione  $y = \sqrt{2x-x^2}$ , cioè  $x^2-2x+y^2=0$ , ovvero  $(x-1)^2+y^2=1$ , un quarto di circonferenza di centro  $(1,0)$  e raggio 1. D'altra parte, per  $1 \leq x \leq 3$  il grafico di  $f$  è una retta di pendenza 2. Dunque il grafico di  $f$  è:



L'area della superficie generata ruotando il quarto di circonferenza è ovviamente  $\boxed{2\pi}$  (metà dell'area della superficie di una sfera di raggio 1). L'altra area si ottiene calcolando:

$$\begin{aligned} A_2 &= 2\pi \int_1^3 (2x-1) \sqrt{1+[(2x-1)']^2} dx = 2\pi \int_1^3 (2x-1) \sqrt{5} dx = 2\sqrt{5}\pi (x^2-x) \Big|_1^3 \\ &= 2\sqrt{5}\pi \cdot (9-3-1+1) = \boxed{12\sqrt{5}\pi} \end{aligned}$$

[ Calcolando l'altra area con la stessa formula:

$$\begin{aligned} A_1 &= 2\pi \int_0^1 \sqrt{2x-x^2} \sqrt{1+[(\sqrt{2x-x^2})']^2} dx = 2\pi \int_0^1 \sqrt{2x-x^2} \sqrt{1+\left[\frac{1}{2\sqrt{2x-x^2}} \cdot (2-2x)\right]^2} dx = \\ &= 2\pi \int_0^1 \sqrt{2x-x^2} \sqrt{1+\frac{(1-x)^2}{2x-x^2}} dx = 2\pi \int_0^1 \sqrt{2x-x^2} \sqrt{\frac{2x-x^2+1-2x+x^2}{2x-x^2}} dx = \\ &= 2\pi \int_0^1 1 dx = 2\pi. \end{aligned}$$

L'area totale richiesta è dunque  $\boxed{2\pi(1+6\sqrt{5})}$ .

Cognome:

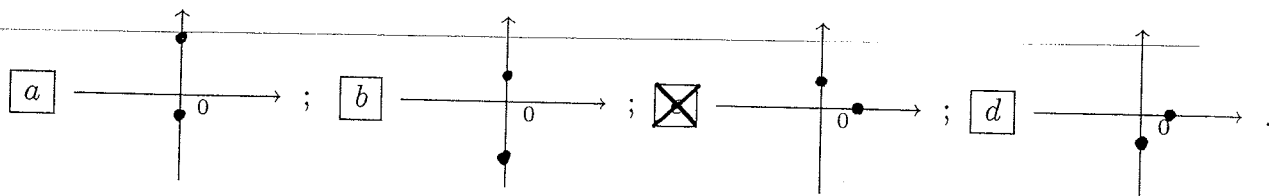
Nome:

Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- È consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Indicate quale grafico rappresenta le soluzioni dell'equazione

$$z^2 - (i+1)z + i = 0.$$



2.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{3+x}} dx =$$

a  $\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{4}} \frac{e^{t+3}}{\sqrt{t}} dt$ ;  b  $\frac{2}{e^3} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{4}} e^{t^2} dt$ ;  c  $\frac{e^3}{2} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{4}} e^{t^2} dt$ ;  d  $\frac{2}{e^3} \int_0^{\sqrt{4}} \frac{e^{t^2}}{\sqrt{t}} dt$ .

3. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro nel punto  $x = -1$ , di  $f(x) = \log(\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 4))$  è:  a  $\log(\frac{3}{2}) + 4(x+1)$ ;  b  $\log(\frac{3}{2}) + \frac{1}{3}(x+1)^2$ ;  c  $\log(\frac{3}{2}) + \frac{1}{4}(x+1)^2$ ;  d  $\log(\frac{3}{2}) + 4(x+1) + \frac{1}{3}(x+1)^2$ .

4. Se  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1 + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ , allora  $y(\log 2) =$   a  $-3$ ;  b  $1$ ;  c  $3$ ;  d  $5$ .

5. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^{4(1-x^3)}$  nel punto  $x = 1$  è:  a  $y = 12(x-1) + 1$ ;  b  $y = -12(x-1) + 1$ ;  c  $y = 12(x-1)$ ;  d  $y = -12x - 1$ .

6. Se  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  e  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  sono serie convergenti a termini positivi, quale delle seguenti affermazioni è falsa?  a  $\sum_{n=1}^{\infty} \log(a_n + b_n)$  è convergente;  b  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  è convergente;  c  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  può essere divergente;  d  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+b_n}$  è convergente.

7. L'area compresa fra l'asse delle ascisse, il grafico di  $f(x) = xe^{3x} - e^3$  e le rette  $x = 0$  e  $x = 2$  è  a  $\frac{1}{9}(5e^6 - 4e^3)$ ;  b  $\frac{1}{9}(5e^6 - 4e^3 - 1)$ ;  c  $\frac{1}{5}(5e^6 - 4e^3)$ ;  d  $\frac{1}{4}(5e^6 + 4e^3 - 1)$ .

8. Qual è l'insieme dei valori reali di  $\beta$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^{\beta n}}$  è convergente?  a  $\beta > 1$ ;  b tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  c  $\beta < 0$ ;  d  $\beta > 0$ .

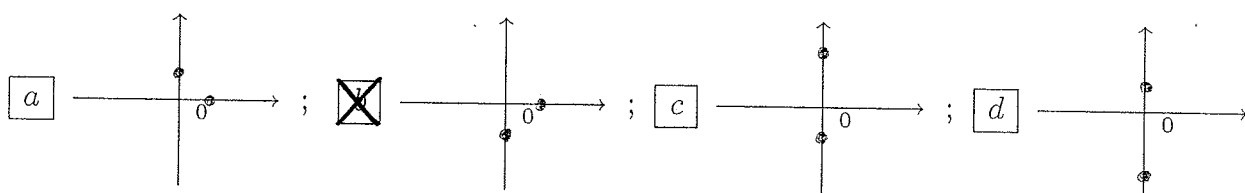
| ANALISI 1 |       | 28 giugno 2010 |
|-----------|-------|----------------|
| Cognome:  | Nome: | Matricola:     |

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- È consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Qual è l'insieme dei valori reali di  $\beta$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n^\beta(2^n+1)}$  è convergente?  a  $\beta < 0$ ;  
 b  $\beta > 0$ ;  c  $\beta > 1$ ;  d tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ .

2. Indicate quale grafico rappresenta le soluzioni dell'equazione

$$z^2 + (i-1)z - i = 0.$$



3. Se  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  e  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  sono serie convergenti a termini positivi, quale delle seguenti affermazioni è falsa?  a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  può essere divergente;  b  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+b_n}$  è convergente;  
 c  $\sum_{n=1}^{\infty} \log(a_n + b_n)$  è convergente;  d  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  è convergente.

4.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{3+x}} dx =$$

a  $\frac{e^3}{2} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{4}} e^{t^2} dt$ ;  b  $\frac{2}{e^3} \int_0^{\sqrt{4}} \frac{e^{t^2}}{\sqrt{t}} dt$ ;  c  $\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{4}} \frac{e^{t+3}}{\sqrt{t}} dt$ ;  d  $\frac{2}{e^3} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{4}} e^{t^2} dt$ .

5. L'area compresa fra l'asse delle ascisse, il grafico di  $f(x) = xe^{3x} - e^3$  e le rette  $x=0$  e  $x=2$  è  a  $\frac{1}{5}(5e^6 - 4e^3)$ ;  b  $\frac{1}{4}(5e^6 + 4e^3 - 1)$ ;  c  $\frac{1}{9}(5e^6 - 4e^3)$ ;  d  $\frac{1}{9}(5e^6 - 4e^3 - 1)$ .

6. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^{4(1-x^3)}$  nel punto  $x=1$  è:  a  $y = 12(x-1)$ ;  b  $y = -12x - 1$ ;  c  $y = 12(x-1) + 1$ ;  d  $y = -12(x-1) + 1$ .

7. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro nel punto  $x=-1$ , di  $f(x) = \log(\frac{1}{2}(x^2+2x+6))$  è:  a  $\log(\frac{5}{2}) + \frac{1}{5}(x+1)^2$ ;  b  $\log(\frac{5}{2}) + 6(x+1) + \frac{1}{5}(x+1)^2$ ;  c  $\log(\frac{5}{2}) + 6(x+1)$ ;  
 d  $\log(\frac{5}{2}) + \frac{1}{5}(x+1)^2$ .

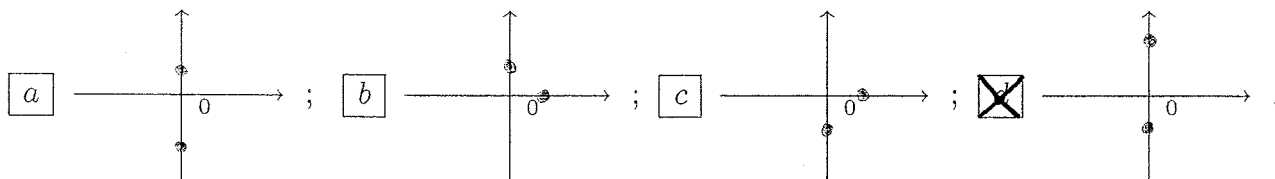
8. Se  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1+y \\ y(0) = -2 \end{cases}$ , allora  $y(\log 2) =$   a 3;  b 5;  
 c -3;  d 1.

| ANALISI 1 |       | 28 giugno 2010 |
|-----------|-------|----------------|
| Cognome:  | Nome: | Matricola:     |

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- È consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. L'area compresa fra l'asse delle ascisse, il grafico di  $f(x) = xe^{2x} - e^2$  e le rette  $x = 0$  e  $x = 2$  è   $\frac{1}{4}(3e^4 - 2e^2 - 1)$ ;   $\frac{1}{3}(3e^4 - 2e^2)$ ;   $\frac{1}{2}(3e^4 + 2e^2 - 1)$ ;   $\frac{1}{4}(3e^4 - 2e^2)$ .
2. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^{3(1-x^3)}$  nel punto  $x = 1$  è:   $y = -9(x - 1) + 1$ ;   $y = 9(x - 1)$ ;   $y = -9x - 1$ ;   $y = 9(x - 1) + 1$ .
3. Indicate quale grafico rappresenta le soluzioni dell'equazione

$$z^2 - iz + 2 = 0.$$



4. Se  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  e  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  sono serie convergenti a termini positivi, quale delle seguenti affermazioni è falsa?   $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  è convergente;   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  può essere divergente;   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1 + b_n}$  è convergente;   $\sum_{n=1}^{\infty} \log(a_n + b_n)$  è convergente.

5. Se  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1 + y \\ y(0) = 2 \end{cases}$ , allora  $y(\log 2) =$   1;  3;  5;  -3.

6. Qual è l'insieme dei valori reali di  $\beta$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{\beta n}$  è convergente?  tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;   $\beta < 0$ ;   $\beta > 0$ ;   $\beta > 1$ .

7.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{2+x}} dx =$$

$$\input checked="" type="checkbox"/> \frac{2}{e^2} \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} e^{t^2} dt; \quad \input type="checkbox"/> \frac{e^2}{2} \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} e^{t^2} dt; \quad \input type="checkbox"/> \frac{2}{e^2} \int_0^{\sqrt{3}} \frac{e^{t^2}}{\sqrt{t}} dt; \quad \input type="checkbox"/> \frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{3}} \frac{e^{t+2}}{\sqrt{t}} dt.$$

8. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro nel punto  $x = -1$ , di  $f(x) = \log(\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 5))$  è:   $\log 2 + \frac{1}{4}(x+1)^2$ ;   $\log 2 + \frac{1}{4}(x+1)^2$ ;   $\log 2 + 5(x+1) + \frac{1}{4}(x+1)^2$ ;   $\log 2 + 5(x+1)$ .

| ANALISI 1 |       | 28 giugno 2010 |
|-----------|-------|----------------|
| Cognome:  | Nome: | Matricola:     |

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- È consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Se  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  e  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  sono serie convergenti a termini positivi, quale delle seguenti affermazioni è falsa?  a  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  è convergente;  b  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  può essere divergente;  c  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+b_n}$  è convergente;  d  $\sum_{n=1}^{\infty} \log(a_n + b_n)$  è convergente.

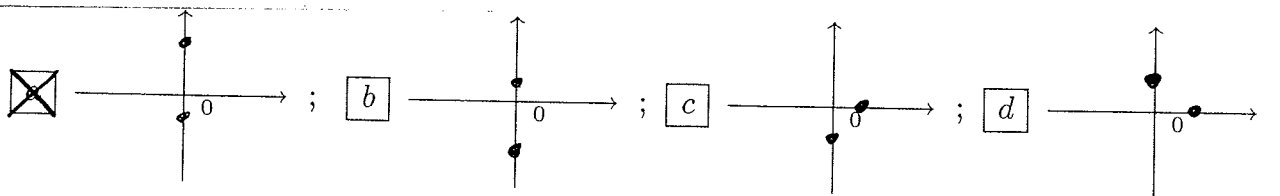
2. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro nel punto  $x = -1$ , di  $f(x) = \log(\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 5))$  è:  a  $\log 2 + \frac{1}{4}(x+1)^2$ ;  b  $\log 2 + \frac{1}{5}(x+1)^2$ ;  c  $\log 2 + 5(x+1) + \frac{1}{4}(x+1)^2$ ;  d  $\log 2 + 5(x+1)$ .

3. Se  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1 + y \\ y(0) = 2 \end{cases}$ , allora  $y(\log 2) =$   a 1;  b 3;  c 5;  d -3.

4. L'area compresa fra l'asse delle ascisse, il grafico di  $f(x) = xe^{2x} - e^2$  e le rette  $x = 0$  e  $x = 2$  è  a  $\frac{1}{4}(3e^4 - 2e^2 - 1)$ ;  b  $\frac{1}{3}(3e^4 - 2e^2)$ ;  c  $\frac{1}{2}(3e^4 + 2e^2 - 1)$ ;  d  $\frac{1}{4}(3e^4 - 2e^2)$ .

5. Indicate quale grafico rappresenta le soluzioni dell'equazione

$$z^2 - iz + 2 = 0.$$



6.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{4+x}} dx =$$

a  $\frac{2}{e^4} \int_{\sqrt{4}}^{\sqrt{5}} e^{t^2} dt$ ;  b  $\frac{e^4}{2} \int_{\sqrt{4}}^{\sqrt{5}} e^{t^2} dt$ ;  c  $\frac{2}{e^4} \int_0^{\sqrt{5}} \frac{e^{t^2}}{\sqrt{t}} dt$ ;  d  $\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{5}} \frac{e^{t+4}}{\sqrt{t}} dt$ .

7. Qual è l'insieme dei valori reali di  $\beta$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{\beta n}$  è convergente?  a tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;

b  $\beta < 0$ ;  c  $\beta > 0$ ;  d  $\beta > 1$ .

8. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^{5(1-x^3)}$  nel punto  $x = 1$  è:  a  $y = -15(x-1) + 1$ ;  b  $y = 15(x-1)$ ;  c  $y = -15x - 1$ ;  d  $y = 15(x-1) + 1$ .



|                |             |                  |
|----------------|-------------|------------------|
| Cognome: _____ | Nome: _____ | Matricola: _____ |
|----------------|-------------|------------------|

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- È consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^{3(1-x^3)}$  nel punto  $x = 1$  è:  
 a  $y = -9x - 1$ ;  b  $y = 9(x - 1) + 1$ ;  c  $y = -9(x - 1) + 1$ ;  d  $y = 9(x - 1)$ .

2. Se  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  e  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  sono serie convergenti a termini positivi, quale delle seguenti affermazioni è falsa?  
 a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1 + b_n}$  è convergente;  b  $\sum_{n=1}^{\infty} \log(a_n + b_n)$  è convergente;  c  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  è convergente;  d  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  può essere divergente.

3.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{2+x}} dx =$$

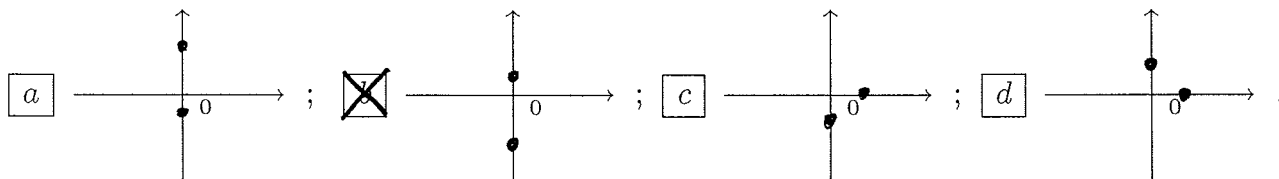
a  $\frac{2}{e^2} \int_0^{\sqrt{3}} \frac{e^{t^2}}{\sqrt{t}} dt$ ;  b  $\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{3}} \frac{e^{t+2}}{\sqrt{t}} dt$ ;  c  $\frac{2}{e^2} \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} e^{t^2} dt$ ;  d  $\frac{e^2}{2} \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} e^{t^2} dt$ .

4. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro nel punto  $x = -1$ , di  $f(x) = \log(\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 3))$  è:  
 a  $3(x + 1) + \frac{1}{2}(x + 1)^2$ ;  b  $3(x + 1)$ ;  c  $\frac{1}{2}(x + 1)^2$ ;  d  $\frac{1}{3}(x + 1)^2$ .

5. Qual è l'insieme dei valori reali di  $\beta$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n n^{2\beta}}$  è convergente?  a  $\beta > 0$ ;  
 b  $\beta > 1$ ;  c tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  d  $\beta < 0$ .

6. Indicate quale grafico rappresenta le soluzioni dell'equazione

$$z^2 + iz + 2 = 0.$$



7. Se  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1 + y \\ y(0) = 0 \end{cases}$ , allora  $y(\log 2) =$   a 5;  b -3;  
 c 1;  d 3.

8. L'area compresa fra l'asse delle ascisse, il grafico di  $f(x) = xe^{2x} - e^2$  e le rette  $x = 0$  e  $x = 2$  è  a  $\frac{1}{2}(3e^4 + 2e^2 - 1)$ ;  b  $\frac{1}{4}(3e^4 - 2e^2)$ ;  c  $\frac{1}{4}(3e^4 - 2e^2 - 1)$ ;  d  $\frac{1}{3}(3e^4 - 2e^2)$ .

| ANALISI 1 |       | 28 giugno 2010 |
|-----------|-------|----------------|
| Cognome:  | Nome: | Matricola:     |

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- È consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro nel punto  $x = -1$ , di  $f(x) = \log(\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 3))$  è:  a  $3(x+1) + \frac{1}{2}(x+1)^2$ ;  b  $3(x+1)$ ;  c  $\frac{1}{2}(x+1)^2$ ;  d  $(x+1)^2$ .

2. L'area compresa fra l'asse delle ascisse, il grafico di  $f(x) = xe^{2x} - e^2$  e le rette  $x = 0$  e  $x = 2$  è  a  $\frac{1}{2}(3e^4 + 2e^2 - 1)$ ;  b  $\frac{1}{4}(3e^4 - 2e^2)$ ;  c  $\frac{1}{4}(3e^4 - 2e^2 - 1)$ ;  d  $\frac{1}{3}(3e^4 - 2e^2)$ .

3. Qual è l'insieme dei valori reali di  $\beta$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n n^{2\beta}}$  è convergente?  a  $\beta > 0$ ;  b  $\beta > 1$ ;  c tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  d  $\beta < 0$ .

4. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^{4(1-x^3)}$  nel punto  $x = 1$  è:  a  $y = -12x - 1$ ;  b  $y = 12(x-1) + 1$ ;  c  $y = -12(x-1) + 1$ ;  d  $y = 12(x-1)$ .

5.

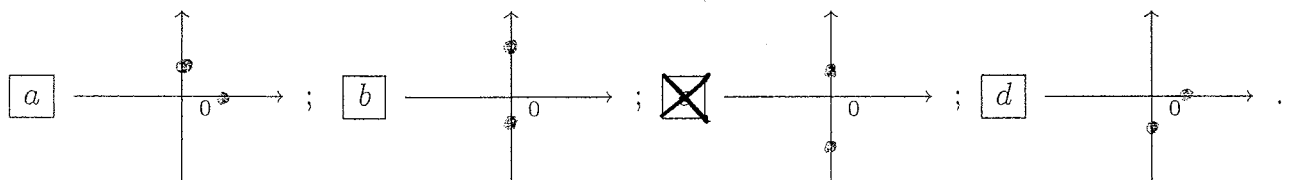
$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{3+x}} dx =$$

a  $\frac{2}{e^3} \int_0^{\sqrt{4}} \frac{e^{t^2}}{\sqrt{t}} dt$ ;  b  $\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{4}} \frac{e^{t+3}}{\sqrt{t}} dt$ ;  c  $\frac{2}{e^3} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{4}} e^{t^2} dt$ ;  d  $\frac{e^3}{2} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{4}} e^{t^2} dt$ .

6. Se  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1 + y \\ y(0) = 0 \end{cases}$ , allora  $y(\log 2) =$   a 5;  b -3;  c 1;  d 3.

7. Indicate quale grafico rappresenta le soluzioni dell'equazione

$$z^2 + iz + 2 = 0.$$



8. Se  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  e  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  sono serie convergenti a termini positivi, quale delle seguenti affermazioni è falsa?  a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+b_n}$  è convergente;  b  $\sum_{n=1}^{\infty} \log(a_n + b_n)$  è convergente;  c  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  è convergente;  d  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  può essere divergente.

| ANALISI 1 |       | 28 giugno 2010 |
|-----------|-------|----------------|
| Cognome:  | Nome: | Matricola:     |

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- È consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{2+x}} dx =$$

a  $\frac{e^2}{2} \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} e^{t^2} dt$ ;  b  $\frac{2}{e^2} \int_0^{\sqrt{3}} \frac{e^{t^2}}{\sqrt{t}} dt$ ;  c  $\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{3}} \frac{e^{t+2}}{\sqrt{t}} dt$ ;  d  $\frac{2}{e^2} \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} e^{t^2} dt$ .

2. Se  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 1 + y \\ y(0) = -2 \end{cases}$ , allora  $y(\log 2) =$   a 3;  b 5;  c -3;  d 1.

3. L'area compresa fra l'asse delle ascisse, il grafico di  $f(x) = xe^{3x} - e^3$  e le rette  $x = 0$  e  $x = 2$  è  a  $\frac{1}{5}(5e^6 - 4e^3)$ ;  b  $\frac{1}{4}(5e^6 + 4e^3 - 1)$ ;  c  $\frac{1}{9}(5e^6 - 4e^3)$ ;  d  $\frac{1}{9}(5e^6 - 4e^3 - 1)$ .

4. Qual è l'insieme dei valori reali di  $\beta$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n^\beta(2^n + 1)}$  è convergente?  a  $\beta < 0$ ;  b  $\beta > 0$ ;  c  $\beta > 1$ ;  d tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ .

5. Se  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  e  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  sono serie convergenti a termini positivi, quale delle seguenti affermazioni è falsa?  a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  può essere divergente;  b  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1 + b_n}$  è convergente;  c  $\sum_{n=1}^{\infty} \log(a_n + b_n)$  è convergente;  d  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  è convergente.

6. Il polinomio di Taylor di ordine 2, con centro nel punto  $x = -1$ , di  $f(x) = \log(\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 6))$  è:  a  $\log(\frac{5}{2}) + \frac{1}{6}(x + 1)^2$ ;  b  $\log(\frac{5}{2}) + 6(x + 1) + \frac{1}{5}(x + 1)^2$ ;  c  $\log(\frac{5}{2}) + 6(x + 1)$ ;  d  $\log(\frac{5}{2}) + \frac{1}{5}(x + 1)^2$ .

7. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^{3(1-x^3)}$  nel punto  $x = 1$  è:  a  $y = 9(x - 1)$ ;  b  $y = -9x - 1$ ;  c  $y = 9(x - 1) + 1$ ;  d  $y = -9(x - 1) + 1$ .

8. Indicate quale grafico rappresenta le soluzioni dell'equazione

$$z^2 + (i - 1)z - i = 0.$$

