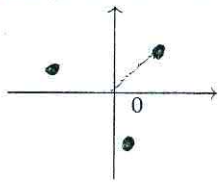
ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		29 giugno 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

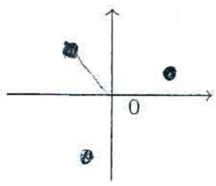
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

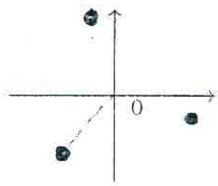
1. $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{3x^2}-\frac{1}{3x^2}\right) =$ $\boxtimes$ $\frac{1}{6}$; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

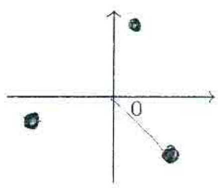
2. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x_0 = e$ della funzione $f(x) = \sin(\log x - 1)$ è:
$\boxed{a}$ $\frac{e}{2}(x^2-1)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{e}x-\frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxtimes$ $-\frac{3}{2}+\frac{2}{e}x-\frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxed{d}$ $1-\frac{e^2}{2}+e^2x-\frac{e^2}{2}x^2$.

3. Le radici terze di $-1+i$ sono

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. La retta perpendicolare al grafico di $f(x) = 3^x$ nel punto $(0,1)$ è: $\boxtimes$ $y = -\frac{x}{\log 3}+1$; $\boxed{b}$ $y = -\frac{3}{\log 3}x+1$; $\boxed{c}$ $y = x\log 3+1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{1}{\log 3}(x-1)$.

5. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxtimes$ Se f è derivabile allora f^2 è continua ; $\boxed{b}$ Se $|f|$ è continua allora f è continua ; $\boxed{c}$ Se $|f|$ è derivabile allora f è derivabile ; $\boxed{d}$ Se f^2 è derivabile allora f è derivabile .

6. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{1+\sin^2(x^{3\alpha})}{x^{3\alpha}+\sin^2(x^{3\alpha})}\,dx$$

è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 1/2$; $\boxtimes$ $\alpha > 1/3$; $\boxed{c}$ $\alpha > 1/5$; $\boxed{d}$ $\alpha > 1$.

7. Se $a_n > 0$ per $n \geq 1$ e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, quale delle seguenti serie è certamente divergente ?
$\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n}{n^2}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n^2}{n}$; $\boxtimes$ $\sum_{n=1}^{+\infty}e^{-a_n}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{+\infty}a_n^2$.

8. L'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = x^3+3x^2+2x$ per $x \in [-1,1]$ è uguale a: $\boxed{a}$ 2; $\boxtimes$ $\frac{5}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		29 giugno 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

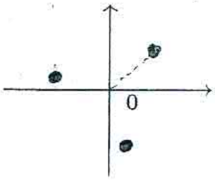
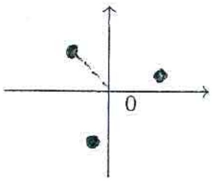
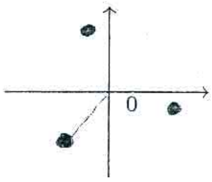
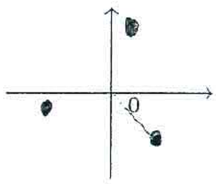
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{1+\sin^2(x^{5\alpha})}{x^{2\alpha}+\sin^2(x^{7\alpha})}\,dx$$

è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 1/3$; $\boxed{b}$ $\alpha > 1/5$; $\boxed{c}$ $\alpha > 1$; $\boxtimes$ $\alpha > 1/2$.

2. Le radici terze di $1+i$ sono

$\boxed{a}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

3. La retta perpendicolare al grafico di $f(x) = 2^x$ nel punto $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $y = -\frac{2}{\log 2}x + 1$; $\boxed{b}$ $y = x\log 2 + 1$; $\boxed{c}$ $y = \frac{1}{\log 2}(x-1)$; $\boxtimes$ $y = -\frac{x}{\log 2} + 1$.

4. Se $a_n > 0$ per $n \geq 1$ e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, quale delle seguenti serie è certamente convergente ?
$\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{n}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-a_n}$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$; $\boxtimes$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^2}$.

5. $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{\sqrt{1+x}}{2x^2} - \frac{1}{2x^2}\right) =$ $\boxed{a}$ 0; $\boxtimes$ $+\infty$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{4}$.

6. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x_0 = 1$ della funzione $f(x) = \cos(e^x - e)$ è:
$\boxed{a}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxed{b}$ $-\frac{3}{2} + \frac{2}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxtimes$ $1 - \frac{e^2}{2} + e^2x - \frac{e^2}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $\frac{e}{2}(x^2-1)$.

7. L'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = x^3 + x^2 - 2x$ per $x \in [-1,1]$ è uguale a: $\boxed{a}$ $\frac{5}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ 2.

8. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ Se f è derivabile allora $|f|$ è derivabile ; $\boxtimes$ Se f è continua allora $|f|$ è continua ; $\boxed{c}$ Se f^2 è continua allora f è continua ; $\boxed{d}$ Se f è continua allora f è derivabile .

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		29 giugno 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

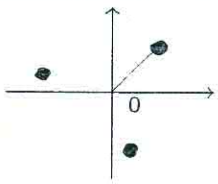
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

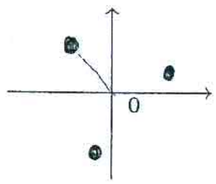
1. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ Se f^2 è continua allora f è continua ; $\boxed{b}$ Se f è continua allora f è derivabile ; $\boxed{c}$ Se f è derivabile allora $|f|$ è derivabile ; $\boxed{d}$ Se f è continua allora $|f|$ è continua .

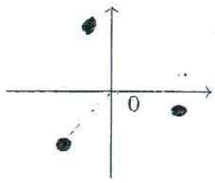
2. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{2+\cos^2(x^\alpha)}{x^{5\alpha}+\sin^2(x^{5\alpha})}\,dx$$
è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 1$; $\boxed{b}$ $\alpha > 1/2$; $\boxed{c}$ $\alpha > 1/3$; $\boxed{d}$ $\alpha > 1/5$.

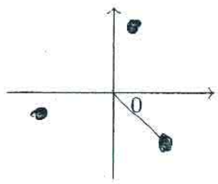
3. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x_0 = 1$ della funzione $f(x) = \sin(e^x - e)$ è:
$\boxed{a}$ $1 - \frac{e^2}{2} + e^2 x - \frac{e^2}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $\frac{e}{2}(x^2-1)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxed{d}$ $-\frac{3}{2} + \frac{2}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$.

4. Le radici terze di $-1-i$ sono

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. L'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ per $x \in [-1, 1]$ è uguale a: $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ $\frac{5}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}$.

6. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{\sqrt{1+x}}{2x^2} - \frac{1}{2x^2}\right) =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $+\infty$.

7. La retta perpendicolare al grafico di $f(x) = 2^x$ nel punto $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{1}{\log 2}(x-1)$; $\boxed{b}$ $y = -\frac{x}{\log 2} + 1$; $\boxed{c}$ $y = -\frac{2}{\log 2}x + 1$; $\boxed{d}$ $y = x\log 2 + 1$.

8. Se $a_n > 0$ per $n \geq 1$ e $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, quale delle seguenti serie è certamente convergente ?

$\boxed{a}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^2}$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{n}$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-a_n}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		29 giugno 2012
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

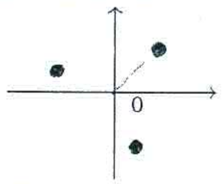
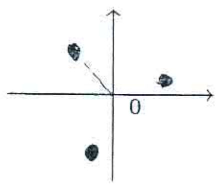
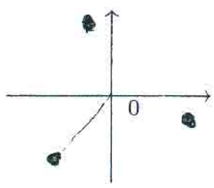
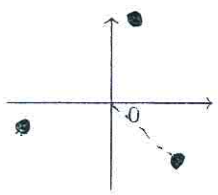
1. La retta perpendicolare al grafico di $f(x) = 2^x$ nel punto $(0,1)$ è: $\boxtimes$ $y = -\frac{x}{\log 2} + 1$; $\boxed{b}$ $y = -\frac{2}{\log 2}x + 1$; $\boxed{c}$ $y = x\log 2 + 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{1}{\log 2}(x-1)$.

2. L'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$ per $x \in [-1,1]$ è uguale a: $\boxed{a}$ 2; $\boxtimes$ $\frac{5}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}$.

3. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxtimes$ Se f è derivabile allora f^2 è continua ; $\boxed{b}$ Se $|f|$ è continua allora f è continua ; $\boxed{c}$ Se $|f|$ è derivabile allora f è derivabile ; $\boxed{d}$ Se f^2 è derivabile allora f è derivabile .

4. $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{2x^2} - \frac{1}{2x^2} \right) =$ $\boxtimes$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

5. Le radici terze di $-1 + i$ sono

$\boxtimes$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

6. Se $a_n > 0$ per $n \geq 1$ e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, quale delle seguenti serie è certamente divergente ?

$\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^2}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{n}$; $\boxtimes$ $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-a_n}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$.

7. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{1 + \sin^2(x^{3\alpha})}{x^{3\alpha} + \sin^2(x^{3\alpha})}\, dx$$

è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 1/2$; $\boxtimes$ $\alpha > 1/3$; $\boxed{c}$ $\alpha > 1/5$; $\boxed{d}$ $\alpha > 1$.

8. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x_0 = e$ della funzione $f(x) = \sin(\log x - 1)$ è:

$\boxed{a}$ $\frac{e}{2}(x^2 - 1)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxtimes$ $-\frac{3}{2} + \frac{2}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxed{d}$ $1 - \frac{e^2}{2} + e^2x - \frac{e^2}{2}x^2$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		29 giugno 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x_0 = e$ della funzione $f(x) = \cos(\log x - 1)$ è:
$\boxed{a}$ $-\frac{3}{2} + \frac{2}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxed{b}$ $1 - \frac{e^2}{2} + e^2 x - \frac{e^2}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $\frac{e}{2}(x^2 - 1)$; $\boxed{\cancel{d}}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$.

2. La retta perpendicolare al grafico di $f(x) = 3^x$ nel punto $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $y = x\log 3 + 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{1}{\log 3}(x-1)$; $\boxed{\cancel{c}}$ $y = -\frac{x}{\log 3} + 1$; $\boxed{d}$ $y = -\frac{3}{\log 3}x + 1$.

3. Se $a_n > 0$ per $n \geq 1$ e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, quale delle seguenti serie è certamente divergente ?
$\boxed{\cancel{a}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-a_n}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^2}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{n}$.

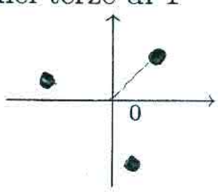
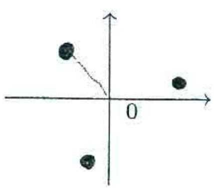
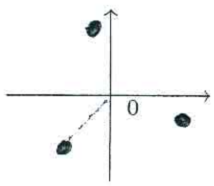
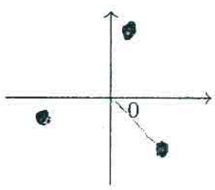
4. L'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = x^3 - x^2 - 2x$ per $x \in [-1, 1]$ è uguale a: $\boxed{a}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{\cancel{b}}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $\frac{5}{2}$.

5. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{3 + \cos^2(x^{4\alpha})}{x^{2\alpha} + \sin^2(x^{5\alpha})}\,dx$$

è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 1/5$; $\boxed{b}$ $\alpha > 1$; $\boxed{\cancel{c}}$ $\alpha > 1/2$; $\boxed{d}$ $\alpha > 1/3$.

6. Le radici terze di $1 - i$ sono

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{\cancel{c}}$  ; $\boxed{d}$  .

7. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ Se $|f|$ è derivabile allora f è derivabile ; $\boxed{b}$ Se f^2 è derivabile allora f è derivabile ; $\boxed{\cancel{c}}$ Se f è derivabile allora f^2 è continua ; $\boxed{d}$ Se $|f|$ è continua allora f è continua .

8. $\lim_{x\to0^+} \left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{3x^2} - \frac{1}{3x^2} \right) =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{\cancel{c}}$ $\frac{1}{6}$; $\boxed{d}$ 0.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		29 giugno 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = x^3 + x^2 - 2x$ per $x \in [-1, 1]$ è uguale a: $\boxed{a}$ $\frac{2}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $\frac{5}{2}$.

2. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{5x^2} - \frac{1}{5x^2} \right) =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{5}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{10}$; $\boxed{d}$ 0.

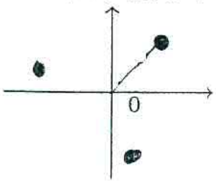
3. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{3+\cos^2(x^{4\alpha})}{x^{2\alpha}+\sin^2(x^{5\alpha})}\, dx$$
è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 1/5$; $\boxed{b}$ $\alpha > 1$; $\boxtimes$ $\alpha > 1/2$; $\boxed{d}$ $\alpha > 1/3$.

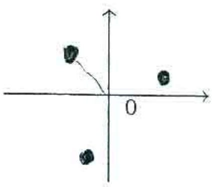
4. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x_0 = e$ della funzione $f(x) = \cos(\log x - 1)$ è:
$\boxed{a}$ $-\frac{3}{2} + \frac{2}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxed{b}$ $1 - \frac{e^2}{2} + e^2 x - \frac{e^2}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $\frac{e}{2}(x^2-1)$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$.

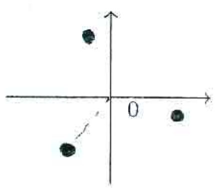
5. Se $a_n > 0$ per $n \geq 1$ e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, quale delle seguenti serie è certamente divergente ?
$\boxtimes$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-a_n}$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^2}$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{n}$.

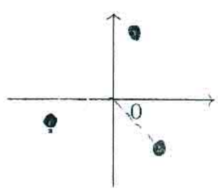
6. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ Se $|f|$ è derivabile allora f è derivabile ; $\boxed{b}$ Se f^2 è derivabile allora f è derivabile ; $\boxtimes$ Se f è derivabile allora f^2 è continua ; $\boxed{d}$ Se $|f|$ è continua allora f è continua .

7. Le radici terze di $1 + i$ sono

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. La retta perpendicolare al grafico di $f(x) = 5^x$ nel punto $(0, 1)$ è: $\boxed{a}$ $y = x\log 5 + 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{1}{\log 5}(x-1)$; $\boxtimes$ $y = -\frac{x}{\log 5} + 1$; $\boxed{d}$ $y = -\frac{5}{\log 5}x + 1$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		29 giugno 2012
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Se $a_n > 0$ per $n \geq 1$ e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, quale delle seguenti serie è certamente convergente ?
$\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{n}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-a_n}$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$; $\boxed{\xcancel{d}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^2}$.

2. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ Se f è derivabile allora $|f|$ è derivabile ; $\boxed{\xcancel{b}}$ Se f è continua allora $|f|$ è continua ; $\boxed{c}$ Se f^2 è continua allora f è continua ; $\boxed{d}$ Se f è continua allora f è derivabile .

3. $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{\sqrt{1+x}}{3x^2} - \frac{1}{3x^2} \right) =$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{\xcancel{b}}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{6}$.

4. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{1+\sin^2(x^{5\alpha})}{x^{2\alpha}+\sin^2(x^{7\alpha})}\,dx$$

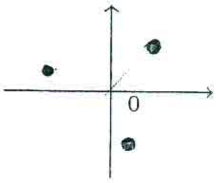
è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 1/3$; $\boxed{b}$ $\alpha > 1/5$; $\boxed{c}$ $\alpha > 1$; $\boxed{\xcancel{d}}$ $\alpha > 1/2$.

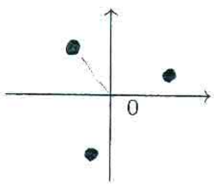
5. La retta perpendicolare al grafico di $f(x) = 3^x$ nel punto $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $y = -\frac{3}{\log 3}x + 1$; $\boxed{b}$ $y = x\log 3 + 1$; $\boxed{c}$ $y = \frac{1}{\log 3}(x-1)$; $\boxed{\xcancel{d}}$ $y = -\frac{x}{\log 3} + 1$.

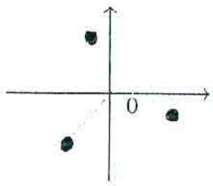
6. L'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = x^3 - x^2 - 2x$ per $x \in [-1,1]$ è uguale a: $\boxed{a}$ $\frac{5}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ 2.

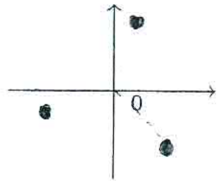
7. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x_0 = 1$ della funzione $f(x) = \cos(e^x - e)$ è:
$\boxed{a}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxed{b}$ $-\frac{3}{2} + \frac{2}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $1 - \frac{e^2}{2} + e^2x - \frac{e^2}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $\frac{e}{2}(x^2-1)$.

8. Le radici terze di $1 - i$ sono

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{\xcancel{c}}$ 

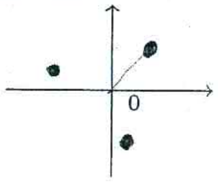
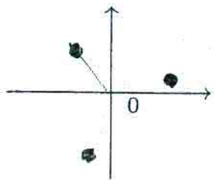
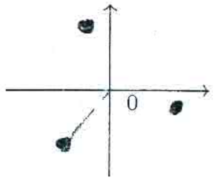
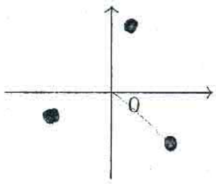
; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		29 giugno 2012
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Le radici terze di $-1-i$ sono

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxtimes$  .

2. Se $a_n > 0$ per $n \geq 1$ e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, quale delle seguenti serie è certamente convergente ?
$\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$; $\boxtimes$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^2}$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{n}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-a_n}$.

3. L'area della regione compresa fra l'asse delle x e il grafico della funzione $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ per $x \in [-1, 1]$ è uguale a: $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ 2; $\boxtimes$ $\frac{5}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}$.

4. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ Se f^2 è continua allora f è continua ; $\boxed{b}$ Se f è continua allora f è derivabile ; $\boxed{c}$ Se f è derivabile allora $|f|$ è derivabile ; $\boxtimes$ Se f è continua allora $|f|$ è continua .

5. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x_0 = 1$ della funzione $f(x) = \sin(e^x - e)$ è:
$\boxed{a}$ $1 - \frac{e^2}{2} + e^2 x - \frac{e^2}{2}x^2$; $\boxtimes$ $\frac{e}{2}(x^2-1)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$; $\boxed{d}$ $-\frac{3}{2} + \frac{2}{e}x - \frac{1}{2e^2}x^2$.

6. La retta perpendicolare al grafico di $f(x) = 5^x$ nel punto $(0, 1)$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{1}{\log 5}(x-1)$; $\boxtimes$ $y = -\frac{x}{\log 5} + 1$; $\boxed{c}$ $y = -\frac{5}{\log 5}x + 1$; $\boxed{d}$ $y = x \log 5 + 1$.

7. $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{\sqrt{1+x}}{5x^2} - \frac{1}{5x^2} \right) =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{5}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{10}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxtimes$ $+\infty$.

8. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{2 + \cos^2(x^\alpha)}{x^{5\alpha} + \sin^2(x^{5\alpha})}\, dx$$

è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 1$; $\boxed{b}$ $\alpha > 1/2$; $\boxed{c}$ $\alpha > 1/3$; $\boxtimes$ $\alpha > 1/5$.

ANALISI MATEMATICA 1	29 giugno 2012

1. (6 punti) Trovate, se esistono, i punti e i valori di massimo e minimo relativo e assoluto nell'intervallo $[0, +\infty)$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + 4x, & \text{se } 0 \le x \le 3 \\ 3e^{3-x}, & \text{se } 3 \le x. \end{cases}$$

Si ha $f(0) = 0$, $f(3) = \frac{2}{3}27 - 3\cdot 9 + 4\cdot 3 = 3 (= 3e^{3-3})$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ (per $x \geq 3$ la funzione f è un esponenziale di esponente negativo e base >1, che quindi tende a 0...).

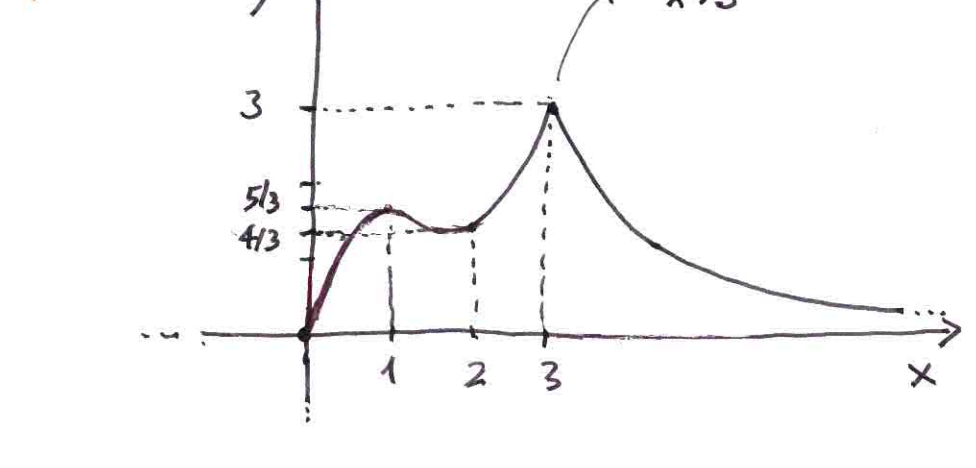
Calcoliamo $f'(x)$: per $x<3$ si ha $f'(x) = 2x^2 - 6x + 4 = 2(x^2-3x+2)$, che si annulla per $x = \frac{3 \mp \sqrt{9-8}}{2} = \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}$. In particolare, f è crescente per $x<1$ e $x>2$, decrescente per $1<x<2$, per cui $x=1$ è un punto di massimo relativo e $x=2$ è un punto di minimo relativo. Calcolando il valore si ha $f(1) = 5/3$, $f(2) = 4/3$.

Inoltre, f è decrescente per $x>3$, poiché è definita come $3e^{3-x}$, un esponenziale con esponente negativo e base >1. [Se si vuole, $f'(x) = -3e^{3-x}$ per $x>3$, dunque $f'(x)<0$ per $x>3$ e f è decrescente...]

In conclusione: 0 è punto di minimo assoluto, con valore $f(0)=0$; 3 è punto di massimo assoluto, con valore $f(3)=3$; 1 è punto di massimo relativo, con valore $f(1) = 5/3$; 2 è punto di minimo relativo, con valore $f(2) = 4/3$.

[Grafico, <u>non</u> richiesto:

$\lim_{x\to3^-} f'(x) = 4$; $\lim_{x\to3^+} f'(x) = -3$.



]

ANALISI MATEMATICA 1	29 giugno 2012

2. (6 punti) Calcolate
$$\int_{\log(1/2)}^{0} \frac{e^x}{e^{2x} - e^x - 2} dx.$$

Usiamo il cambiamento di variabile $t = e^x$, $dt = e^x dx$,
$x = \log 1/2 \rightarrow t = 1/2$, $x = 0 \rightarrow t = 1$.
L'integrale quindi diventa:
$$\int_{\log(1/2)}^{0} \frac{e^x}{e^{2x} - e^x - 2} dx = \int_{1/2}^{1} \frac{1}{t^2 - t - 2} dt,$$ integrale razionale.

Il denominatore si annulla per $t^2 - t - 2 = 0$, cioè $t = \frac{1 \mp \sqrt{1+8}}{2}$, quindi $t = -1$ e $t = 2$. Si devono dunque trovare due costanti A e B tali che
$$\frac{A}{t+1} + \frac{B}{t-2} = \frac{1}{t^2 - t - 2}, \text{ cioè } At - 2A + Bt + B = 1, \begin{cases} A + B = 0 \\ B - 2A = 1 \end{cases},$$
che dà $A = -B$, $3B = 1$, $B = 1/3$, $A = -1/3$.

L'integrale è così diventato
$$\frac{1}{3} \int_{1/2}^{1} \left(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t+1}\right) dt = \frac{1}{3} \log \frac{|t-2|}{|t+1|} \Bigg|_{t=1/2}^{t=1} = \frac{1}{3} \log \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \log 1 = \frac{1}{3} \log \frac{1}{2}.$$

ANALISI MATEMATICA 1	29 giugno 2012

3. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x+1)\,\dfrac{\sin y}{\cos y} \\ y(0) = \pi/4\,. \end{cases}$$

È un'equazione differenziale non-lineare del 1° ordine, a variabili separabili. Scrivendo $y' = \frac{dy}{dx}$ abbiamo

$$\frac{dy}{dx} = (x+1)\frac{\operatorname{sen} y}{\cos y} \Rightarrow \frac{\cos y}{\operatorname{sen} y}\,dy = (x+1)\,dx\,.$$

Integrando $\quad t = \operatorname{sen} y,\ dt = \cos y\, dy$

$$\int \frac{\cos y}{\operatorname{sen} y}\,dy = \int \frac{1}{t}\,dt = \log|t| + c = \log|\operatorname{sen} y| + c_1$$

$$\int (x+1)\,dx = \frac{x^2}{2} + x + c_2\,.$$

Dunque si è ottenuto $\log|\operatorname{sen} y| = \frac{x^2}{2} + x + c \quad (c = c_2 - c_1 \dots)$, e così:

$$|\operatorname{sen} y| = e^{\frac{x^2}{2}+x+c} = e^{\frac{x^2}{2}+x}\,k \quad , k>0.$$

Imponendo il dato di Cauchy

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \operatorname{sen}\frac{\pi}{4} = |\operatorname{sen} y(0)| = e^0 \cdot k \Rightarrow k = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Siccome $y(0) = \pi/4$, per x vicino a 0 si ha $y(x)$ vicino a $\pi/4$, per cui $\operatorname{sen} y(x) > 0$. Quindi $|\operatorname{sen} y| = \operatorname{sen} y$, e si conclude

$$y(x) = \operatorname{arcsen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\, e^{x^2/2 + x}\right).$$