ANALISI MATEMATICA 1	30 agosto 2010

1. (6 punti) Sia $f : [-2,2] \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 6x^3 + 9x^2 - 6x & \text{per } -2 \le x \le 1 \\ 3^x & \text{per } 1 < x \le 2\,. \end{cases}$$

Trovate i punti di massimo e minimo relativo di f in $[-2,2]$.
Trovate, se esiste, il punto di minimo assoluto di f in $[-2,2]$.

La funzione è discontinua in $x=1$, poiché $f(1) = 6+9-6 = 9$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} 3^x = 3$. In particolare, $f(1) > \lim_{x\to 1^+} f(x)$.

Nell'intervallo $(1,2]$ $f(x)$ coincide con l'esponenziale 3^x, che è strettamente crescente.

Nell'intervallo $[-2,1]$ si ha $f'(x) = 18x^2 + 18x - 6 = 6(3x^2+3x-1)$.

Determinando le radici di $f'(x)$:

$$3x^2+3x-1 = 0 \quad \text{per} \quad x = \frac{-3 \mp \sqrt{9+12}}{6} = \frac{-3\mp\sqrt{21}}{6},$$

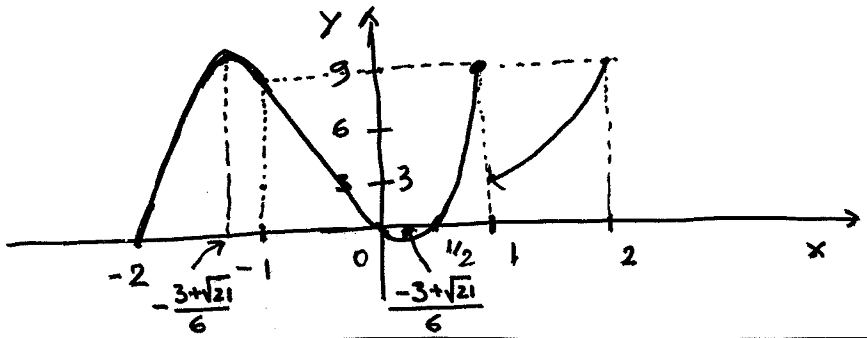
si ottiene che $f'(x) > 0$ per $x < -\frac{3+\sqrt{21}}{6}$ e $x > \frac{-3+\sqrt{21}}{6}$. Siccome $-\frac{3+\sqrt{21}}{6} > -2$ e $\frac{-3+\sqrt{21}}{6} < 1$, si ha che f cresce per $-2 \le x < -\frac{3+\sqrt{21}}{6}$, decresce per $-\frac{3+\sqrt{21}}{6} < x < \frac{-3+\sqrt{21}}{6}$, cresce per $\frac{-3+\sqrt{21}}{6} < x \le 1$.

Si conclude che $x=-2$ è punto di minimo relativo, $x = -\frac{3+\sqrt{21}}{6}$ è punto di massimo relativo, $x = \frac{-3+\sqrt{21}}{6}$ è punto di minimo relativo, $x=1$ è punto di massimo relativo, $x=2$ è punto di massimo relativo.

Il punto di minimo assoluto in $[-2,1]$ (ove f è continua) esiste per quanto affermato dal Teorema di Weierstrass, ed è uno dei due punti di minimo relativo. Siccome $f(-2) = -48+36+12 = 0$, $f(0)=0$ ed f è decrescente per $0<x<\frac{-3+\sqrt{21}}{6}$, ne segue che $x=\frac{-3+\sqrt{21}}{6}$ è punto di minimo assoluto in $[-2,1]$.

Siccome in $(1,2]$ $f(x)>0$, $x=\frac{-3+\sqrt{21}}{6}$ è punto di minimo assoluto in $[-2,2]$.

[Si noti: $f(-1)=9$
$f(1/2)=0$
$f(2)=9$
$f(x)<0$ per $0<x<1/2$



[Scale differenti in x ed y...

2. (6 punti) Sia A la regione piana definita da

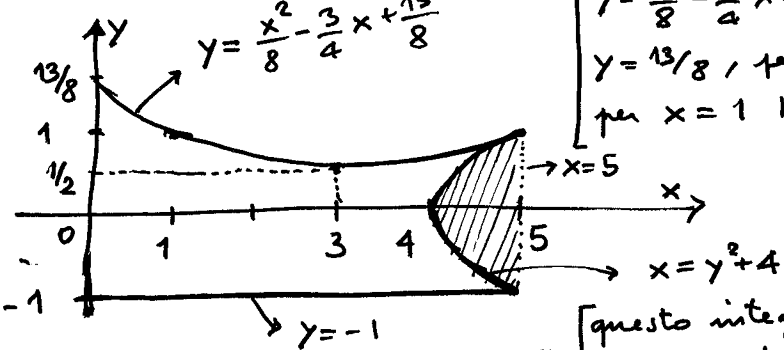
$$A = \{(x,y):\ 0 \le x \le 5;\ -1 \le y;\ 8y \le x^2 - 6x + 13;\ x \le y^2 + 4\}.$$

Disegnate la regione A e calcolatene l'area.

Riscrivendo le limitazioni, si ha $y \le \frac{x^2}{8} - \frac{3}{4}x + \frac{13}{8}$, che è una parabola, con vertice dove si annulla la derivata prima, cioè $\frac{2x}{8} - \frac{3}{4} = 0$, ossia $x = 3$. Il valore nel punto di vertice è $9/8 - 9/4 + 13/8 = 1/2$.

D'altro canto, $x = y^2 + 4$ è una parabola (rispetto alla variabile y) il cui grafico ha minimo per $y = 0$ e vale $x = 4$.

Il disegno quindi è:



[Si noti che la parabola $y = \frac{x^2}{8} - \frac{3}{4}x + \frac{13}{8}$ per $x = 0$ ha $y = 13/8$, per $x = 5$ ha $y = 1$, per $x = 1$ ha $y = 1$.

[questo integrale mi dà l'area tratteggiata, che va sottratta!

L'area è quindi:

$$\int_0^5 \left[\frac{x^2}{8} - \frac{3}{4}x + \frac{13}{8} - (-1)\right]dx - \int_{-1}^{1}\left[5 - (y^2+4)\right]dy =$$

$$= \left(\frac{x^3}{24} - \frac{3}{8}x^2 + \frac{21}{8}x\right)\Big|_0^5 - \left(y - \frac{y^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{1} = \frac{125}{24} - \frac{75}{8} + \frac{105}{8} - 1 + \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{183}{24} = \frac{61}{8}.$$

[Se si avessero dubbi sulla figura nell'intorno del punto $(5,1)$, si noti che la derivata di $\frac{x^2}{8} - \frac{3}{4}x + \frac{13}{8}$ nel punto $x=5$ vale $\left(\frac{2x}{8} - \frac{3}{4}\right)\Big|_{x=5} = 1/2$, e la derivata di $y^2 + 4$ nel punto $y = 1$ vale 2, per cui le due parabole hanno la stessa retta tangente nel punto $(5,1)$. Dunque si intersecano (in modo tangente) solo in quel punto.]

ANALISI MATEMATICA 1	30 agosto 2010

3. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (e^{-x}+1)(y^2+25) \\ y(0) = 0\,. \end{cases}$$

Nel punto $x = 0$ la soluzione cambia di segno oppure no?

È un'equazione del 1° ordine, non lineare, a variabili separabili.

La riscriviamo come

$$\frac{1}{y^2+25}\,\frac{dy}{dx} = e^{-x}+1\,, \quad \text{cioè} \quad \frac{dy}{y^2+25} = (e^{-x}+1)\,dx\,.$$

Integrando

$$\frac{1}{25}\int \frac{dy}{\frac{y^2}{25}+1} \overset{t=y/5\,,\ dy=5\,dt}{=} \frac{1}{25}\int \frac{5\,dt}{t^2+1} = \frac{1}{5}\operatorname{arctg} t + c = \frac{1}{5}\operatorname{arctg}(y/5)+c$$

$$\int (e^{-x}+1)\,dx = -e^{-x}+x+c\,.$$

Dunque

$$\frac{1}{5}\operatorname{arctg}(y/5) = -e^{-x}+x+c\,,$$

e imponendo il dato di Cauchy si ha

$$\frac{1}{5}\operatorname{arctg}\left(\frac{y(0)}{5}\right) = -e^{-0}+0+c \;\Rightarrow\; c=1.$$

In conclusione:

$$\operatorname{arctg}(y/5) = 5\left(-e^{-x}+x+1\right)$$

$$y/5 = \operatorname{tg}\left[5(-e^{-x}+x+1)\right]$$

$$\boxed{y(x) = 5\operatorname{tg}\left[5(-e^{-x}+x+1)\right]}\,.$$

Siccome $y' = (e^{-x}+1)(y^2+25) > 0$ per ogni x, $y(x)$ è strettamente crescente, e siccome $y(0)=0$, ne segue che $y(x)$ <u>cambia</u> di segno nel punto $x=0$.

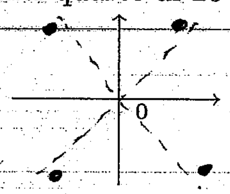
ANALISI MATEMATICA 1		30 agosto 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

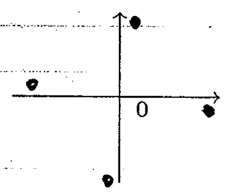
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

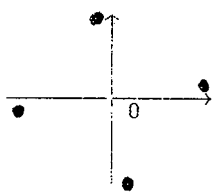
1. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{3^{-n}-\frac{3}{n^2}}{\frac{2}{n^3}-\sin(\frac{2}{n^2})}=$ $\boxed{a}$ $-\frac{2}{3}$; $\boxed{b}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{3}{2}$.

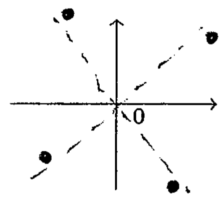
2. Sia $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua e si definisca $G(x)=\int_0^x g(t)\,dt$. Se g si annulla in tre punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ la derivata seconda G'' si annulla in due punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti; $\boxed{b}$ $\lim_{x\to\pm\infty}G''(x)=0$; $\boxed{c}$ g cambia segno almeno tre volte; $\boxtimes$ la derivata seconda G'' si annulla in almeno due punti distinti.

3. Le radici quarte di $20-i$ sono

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. La retta tangente al grafico di $f(x)=\sin(\pi x^2)-\cos(\pi x)$ nel punto $(1,f(1))$ è: $\boxed{a}$ $y=\pi x-\pi-1$; $\boxtimes$ $y=-2\pi x+2\pi+1$; $\boxed{c}$ $y=-\pi x+\pi-1$; $\boxed{d}$ $y=\frac{\pi}{2}x+1-\frac{\pi}{2}$.

5. $\displaystyle\int_0^2 x\cos(x^2)\,dx=$ $\boxtimes$ $\frac{1}{2}\sin 4$; $\boxed{b}$ $\sin 4$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\sin\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ $2\sin\sqrt{2}$.

6. Quale dei seguenti integrali impropri è convergente?
$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^1\frac{2^x}{x^2}\,dx$; $\boxtimes$ $\displaystyle\int_0^2\frac{3^x}{\sqrt{x}}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{2^x}{x^2}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{\log x}{x}\,dx$.

7. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $\log(3x^2+4x+2)$ è: $\boxtimes$ $\log 2+2x-\frac{1}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $2\log 2+\frac{1}{2}x-\frac{7}{8}x^2$; $\boxed{c}$ $\log 2+3x-\frac{7}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $2\log 2+x-x^2$.

8. Siano $a_n>0$ e $b_n>0$ due successioni per cui le serie $\sum_{n=0}^\infty a_n$ e $\sum_{n=0}^\infty b_n$ sono convergenti. Allora è sempre vero che è convergente la serie: $\boxtimes$ $\sum_{n=0}^\infty a_n(a_n+b_n)$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^\infty\frac{a_n+b_n}{b_n}$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=0}^\infty\frac{a_n}{b_n}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^\infty\frac{b_n}{a_n}$.

ANALISI MATEMATICA 1		30 agosto 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

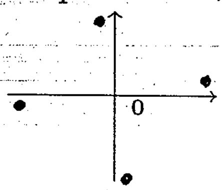
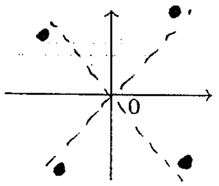
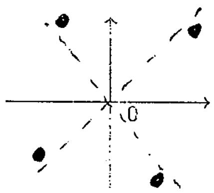
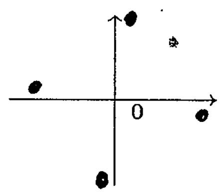
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. $\int_0^2 x e^{x^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ $2(e^{\sqrt{2}}-1)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}(e^4-1)$; $\boxed{c}$ (e^4-1); $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}(e^{\sqrt{2}}-1)$.

2. Quale dei seguenti integrali impropri è convergente? $\boxed{a}$ $\int_1^{+\infty}\frac{\log x}{x}\,dx$; $\boxed{b}$ $\int_0^1 \frac{2^x}{x^2}\,dx$; $\boxed{c}$ $\int_1^{+\infty}\frac{x}{1+x^2}\,dx$; $\boxed{d}$ $\int_1^{+\infty} 2^{-x}x^2\,dx$.

3. Sia $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua e si definisca $G(x)=\int_0^x g(t)\,dt$. Se g si annulla in tre punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ la derivata seconda G'' si annulla in almeno due punti distinti; $\boxed{b}$ la derivata seconda G'' si annulla in due punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to\pm\infty} G''(x)=0$; $\boxed{d}$ g cambia segno almeno tre volte.

4. Le radici quarte di $i+20$ sono

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

5. Siano $a_n>0$ e $b_n>0$ due successioni per cui le serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ sono divergenti. Allora è sempre vero che è divergente la serie: $\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{b_n}{a_n}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(a_n+b_n)$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_n+b_n}{b_n}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$.

6. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\frac{3}{n^2}-2^{-n}}{\log(1-\frac{2}{n^2})+\frac{3}{n^3}} =$ $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $-\frac{2}{3}$; $\boxed{c}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}$.

7. La retta tangente al grafico di $f(x)=\cos(\frac{\pi}{2}x^2)-\sin(\frac{\pi}{2}x)$ nel punto $(1,f(1))$ è: $\boxed{a}$ $y=\frac{\pi}{2}x+1-\frac{\pi}{2}$; $\boxed{b}$ $y=\pi x-\pi-1$; $\boxed{c}$ $y=-2\pi x+2\pi+1$; $\boxed{d}$ $y=-\pi x+\pi-1$.

8. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $\log(-2x^2+4x+4)$ è: $\boxed{a}$ $2\log 2+x-x^2$; $\boxed{b}$ $\log 2+2x-\frac{1}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $2\log 2+\frac{1}{2}x-\frac{7}{8}x^2$; $\boxed{d}$ $\log 2+3x-\frac{7}{2}x^2$.

ANALISI MATEMATICA 1		30 agosto 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

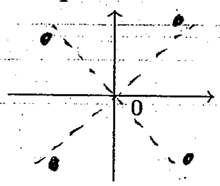
1. La retta tangente al grafico di $f(x) = \cos(\frac{\pi}{2}x^2) - \sin(\frac{\pi}{2}x)$ nel punto $(1, f(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = \pi x - \pi - 1$; $\boxed{b}$ $y = -2\pi x + 2\pi + 1$; $\boxed{c}$ $y = -\pi x + \pi - 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{\pi}{2}x + 1 - \frac{\pi}{2}$.

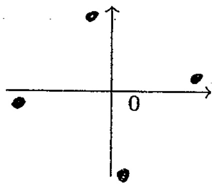
2. Siano $a_n > 0$ e $b_n > 0$ due successioni per cui le serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ sono convergenti. Allora è sempre vero che è convergente la serie: $\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(a_n + b_n)$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n+b_n}{b_n}$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$.

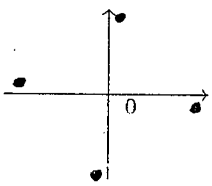
3. $\displaystyle\int_0^2 x\cos(x^2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\sin 4$; $\boxed{b}$ $\sin 4$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\sin\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ $2\sin\sqrt{2}$.

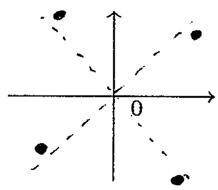
4. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{3^{-n} - \frac{3}{n^2}}{\frac{2}{n^3} - \sin(\frac{2}{n^2})} =$ $\boxed{a}$ $-\frac{2}{3}$; $\boxed{b}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}$.

5. Le radici quarte di $i - 20$ sono

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $\log(2x^2 + 6x + 2)$ è: $\boxed{a}$ $\log 2 + 2x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $2\log 2 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{c}$ $\log 2 + 3x - \frac{7}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $2\log 2 + x - x^2$.

7. Quale dei seguenti integrali impropri è convergente?
$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^1 \frac{2^x}{x^2}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^2 \frac{3^x}{\sqrt{x}}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2^x}{x^2}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x}\,dx$.

8. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua e si definisca $G(x) = \int_0^x g(t)\,dt$. Se g si annulla in tre punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ la derivata seconda G'' si annulla in due punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti; $\boxed{b}$ $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} G''(x) = 0$; $\boxed{c}$ g cambia segno almeno tre volte; $\boxed{d}$ la derivata seconda G'' si annulla in almeno due punti distinti.

ANALISI MATEMATICA 1		30 agosto 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua e si definisca $G(x) = \int_0^x g(t)\,dt$. Se g si annulla in tre punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ g cambia segno almeno tre volte; ☒ la derivata seconda G'' si annulla in almeno due punti distinti; $\boxed{c}$ la derivata seconda G'' si annulla in due punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to\pm\infty} G''(x) = 0$.

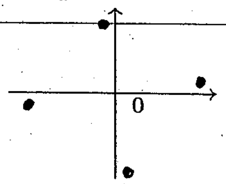
2. La retta tangente al grafico di $f(x) = \cos(\pi x^2) - \sin(\pi x)$ nel punto $(1, f(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = -\pi x + \pi - 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{\pi}{2}x + 1 - \frac{\pi}{2}$; ☒ $y = \pi x - \pi - 1$; $\boxed{d}$ $y = -2\pi x + 2\pi + 1$.

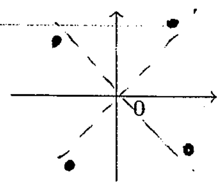
3. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $\log(3x^2 + 4x + 2)$ è: $\boxed{a}$ $\log 2 + 3x - \frac{7}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $2\log 2 + x - x^2$; ☒ $\log 2 + 2x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $2\log 2 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{8}x^2$.

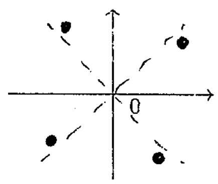
4. Siano $a_n > 0$ e $b_n > 0$ due successioni per cui le serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ sono convergenti. Allora è sempre vero che è convergente la serie: $\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$; ☒ $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(a_n + b_n)$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n+b_n}{b_n}$.

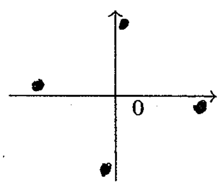
5. Quale dei seguenti integrali impropri è convergente?
$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2^x}{x^2}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_0^{1} \frac{2^x}{x^2}\,dx$; ☒ $\displaystyle\int_0^{2} \frac{3^x}{\sqrt{x}}\,dx$.

6. Le radici quarte di $i + 20$ sono

☒ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. $\displaystyle\int_0^2 x\cos(x^2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\sin\sqrt{2}$; $\boxed{b}$ $2\sin\sqrt{2}$; ☒ $\frac{1}{2}\sin 4$; $\boxed{d}$ $\sin 4$.

8. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sin(\frac{2}{n^2}) - \frac{3}{n^3}}{2^{-n} - \frac{3}{n^2}} =$ $\boxed{a}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{3}{2}$; ☒ $-\frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ $-\frac{3}{2}$.

ANALISI MATEMATICA 1		30 agosto 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Siano $a_n > 0$ e $b_n > 0$ due successioni per cui le serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ sono convergenti. Allora è sempre vero che è convergente la serie: $\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$; $\boxed{\times}$ $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(a_n + b_n)$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n+b_n}{b_n}$.

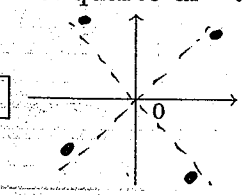
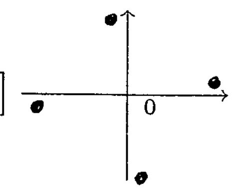
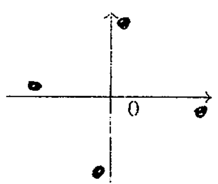
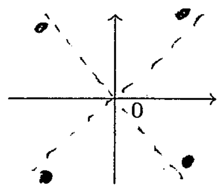
2. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\sin(\frac{2}{n^2}) - \frac{3}{n^3}}{2^{-n} - \frac{3}{n^2}} =$ $\boxed{a}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{\times}$ $-\frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ $-\frac{3}{2}$.

3. Quale dei seguenti integrali impropri è convergente?
$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2^x}{x^2}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_0^{1} \frac{2^x}{x^2}\,dx$; $\boxed{\times}$ $\displaystyle\int_0^{2} \frac{3^x}{\sqrt{x}}\,dx$.

4. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua e si definisca $G(x) = \int_0^x g(t)\,dt$. Se g si annulla in tre punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ g cambia segno almeno tre volte; $\boxed{\times}$ la derivata seconda G'' si annulla in almeno due punti distinti; $\boxed{c}$ la derivata seconda G'' si annulla in due punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to\pm\infty} G''(x) = 0$.

5. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $\log(2x^2 + 6x + 2)$ è: $\boxed{\times}$ $\log 2 + 3x - \frac{7}{2}x^2$; $\boxed{b}$ $2\log 2 + x - x^2$; $\boxed{c}$ $\log 2 + 2x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxed{d}$ $2\log 2 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{8}x^2$.

6. $\displaystyle\int_0^2 x\cos(x^2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\sin\sqrt{2}$; $\boxed{b}$ $2\sin\sqrt{2}$; $\boxed{\times}$ $\frac{1}{2}\sin 4$; $\boxed{d}$ $\sin 4$.

7. Le radici quarte di $-i - 20$ sono
$\boxed{a}$ ; $\boxed{b}$ ; $\boxed{c}$ ; $\boxed{\times}$ .

8. La retta tangente al grafico di $f(x) = \sin(\frac{\pi}{2}x^2) - \cos(\frac{\pi}{2}x)$ nel punto $(1, f(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = -\pi x + \pi - 1$; $\boxed{\times}$ $y = \frac{\pi}{2}x + 1 - \frac{\pi}{2}$; $\boxed{c}$ $y = \pi x - \pi - 1$; $\boxed{d}$ $y = -2\pi x + 2\pi + 1$.

ANALISI MATEMATICA 1		30 agosto 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $\log(-2x^2+4x+4)$ è: $\boxed{a}$ $2\log 2+\frac{1}{2}x-\frac{7}{8}x^2$; $\boxed{b}$ $\log 2+3x-\frac{7}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $2\log 2+x-x^2$; $\boxed{d}$ $\log 2+2x-\frac{1}{2}x^2$.

2. $\displaystyle\int_0^2 xe^{x^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ (e^4-1); $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}(e^{\sqrt{2}}-1)$; $\boxed{c}$ $2(e^{\sqrt{2}}-1)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}(e^4-1)$.

3. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\log(1+\frac{2}{n^2})-\frac{2}{n^3}}{\frac{3}{n^2}-3^{-n}} =$ $\boxed{a}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $-\frac{2}{3}$.

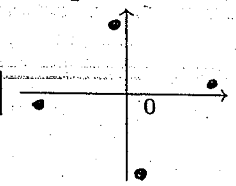
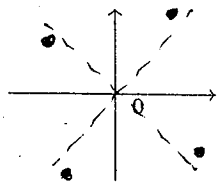
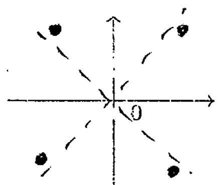
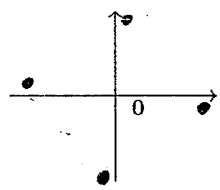
4. Quale dei seguenti integrali impropri è convergente? $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{x}{1+x^2}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty}2^{-x}x^2\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{\log x}{x}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_0^1\frac{2^x}{x^2}\,dx$.

5. La retta tangente al grafico di $f(x)=\sin(\frac{\pi}{2}x^2)-\cos(\frac{\pi}{2}x)$ nel punto $(1,f(1))$ è: $\boxed{a}$ $y=-2\pi x+2\pi+1$; $\boxed{b}$ $y=-\pi x+\pi-1$; $\boxed{c}$ $y=\frac{\pi}{2}x+1-\frac{\pi}{2}$; $\boxed{d}$ $y=\pi x-\pi-1$.

6. Siano $a_n>0$ e $b_n>0$ due successioni per cui le serie $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ e $\sum_{n=0}^{\infty}b_n$ sono divergenti. Allora è sempre vero che è divergente la serie: $\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_n+b_n}{b_n}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{b_n}{a_n}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{\infty}a_n(a_n+b_n)$.

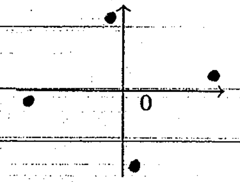
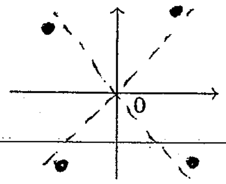
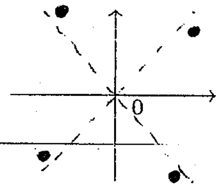
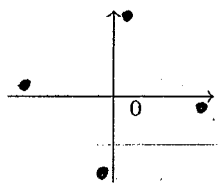
7. Sia $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua e si definisca $G(x)=\int_0^x g(t)\,dt$. Se g si annulla in tre punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to\pm\infty}G''(x)=0$; $\boxed{b}$ g cambia segno almeno tre volte; $\boxed{c}$ la derivata seconda G'' si annulla in almeno due punti distinti; $\boxed{d}$ la derivata seconda G'' si annulla in due punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti.

8. Le radici quarte di $20-i$ sono

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

ANALISI MATEMATICA 1		**30 agosto 2010**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Le radici quarte di $-i-20$ sono
$\boxed{a}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

2. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $\log(-3x^2+2x+4)$ è: $\boxed{a}$ $2\log 2 + x - x^2$; $\boxed{b}$ $\log 2 + 2x - \frac{1}{2}x^2$; $\boxtimes$ $2\log 2 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{d}$ $\log 2 + 3x - \frac{7}{2}x^2$.

3. Siano $a_n > 0$ e $b_n > 0$ due successioni per cui le serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ sono divergenti. Allora è sempre vero che è divergente la serie: $\boxed{a}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(a_n+b_n)$; $\boxtimes$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n+b_n}{b_n}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$.

4. $\displaystyle\int_0^2 xe^{x^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ $2(e^{\sqrt{2}}-1)$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}(e^4-1)$; $\boxed{c}$ (e^4-1); $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}(e^{\sqrt{2}}-1)$.

5. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua e si definisca $G(x) = \int_0^x g(t)\,dt$. Se g si annulla in tre punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti, allora è sempre vero che: $\boxtimes$ la derivata seconda G'' si annulla in almeno due punti distinti; $\boxed{b}$ la derivata seconda G'' si annulla in due punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to\pm\infty} G''(x) = 0$; $\boxed{d}$ g cambia segno almeno tre volte.

6. La retta tangente al grafico di $f(x) = \sin(\pi x^2) - \cos(\pi x)$ nel punto $(1, f(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{\pi}{2}x + 1 - \frac{\pi}{2}$; $\boxed{b}$ $y = \pi x - \pi - 1$; $\boxtimes$ $y = -2\pi x + 2\pi + 1$; $\boxed{d}$ $y = -\pi x + \pi - 1$.

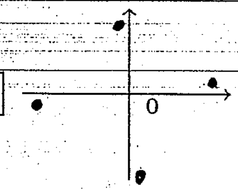
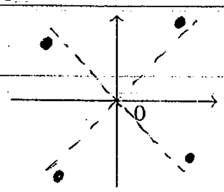
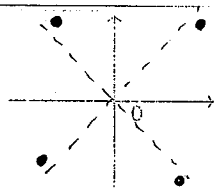
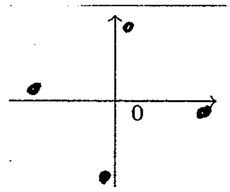
7. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3}{n^2} - 2^{-n}}{\log(1-\frac{2}{n^2}) + \frac{3}{n^3}} =$ $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $-\frac{2}{3}$; $\boxtimes$ $-\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}$.

8. Quale dei seguenti integrali impropri è convergente?
$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^1 \frac{2^x}{x^2}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^2}\,dx$; $\boxtimes$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} 2^{-x}x^2\,dx$.

ANALISI MATEMATICA 1		30 agosto 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Quale dei seguenti integrali impropri è convergente?
$\boxed{a}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^2}\,dx$; $\boxtimes$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} 2^{-x}x^2\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_0^{1} \frac{2^x}{x^2}\,dx$.

2. Le radici quarte di $i - 20$ sono
$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{d}$  .

3. La retta tangente al grafico di $f(x) = \cos(\pi x^2) - \sin(\pi x)$ nel punto $(1, f(1))$ è: $\boxed{a}$ $y = -2\pi x + 2\pi + 1$; $\boxed{b}$ $y = -\pi x + \pi - 1$; $\boxed{c}$ $y = \frac{\pi}{2}x + 1 - \frac{\pi}{2}$; $\boxtimes$ $y = \pi x - \pi - 1$.

4. Il polinomio di Taylor del secondo ordine e di centro 0 della funzione $\log(-3x^2 + 2x + 4)$ è: $\boxtimes$ $2\log 2 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{8}x^2$; $\boxed{b}$ $\log 2 + 3x - \frac{7}{2}x^2$; $\boxed{c}$ $2\log 2 + x - x^2$; $\boxed{d}$ $\log 2 + 2x - \frac{1}{2}x^2$.

5. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\log(1+\frac{2}{n^2}) - \frac{2}{n^3}}{\frac{3}{n^2} - 3^{-n}} =$ $\boxed{a}$ $-\frac{3}{2}$; $\boxtimes$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $-\frac{2}{3}$.

6. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile con derivata continua e si definisca $G(x) = \int_0^x g(t)\,dt$. Se g si annulla in tre punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti, allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to\pm\infty} G''(x) = 0$; $\boxed{b}$ g cambia segno almeno tre volte; $\boxtimes$ la derivata seconda G'' si annulla in almeno due punti distinti; $\boxed{d}$ la derivata seconda G'' si annulla in due punti distinti ed è diversa da 0 in tutti gli altri punti.

7. Siano $a_n > 0$ e $b_n > 0$ due successioni per cui le serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ sono divergenti. Allora è sempre vero che è divergente la serie: $\boxtimes$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n+b_n}{b_n}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(a_n + b_n)$.

8. $\displaystyle\int_0^2 xe^{x^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ $(e^4 - 1)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}(e^{\sqrt{2}} - 1)$; $\boxed{c}$ $2(e^{\sqrt{2}} - 1)$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}(e^4 - 1)$.