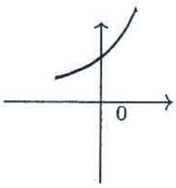
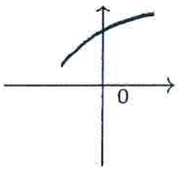
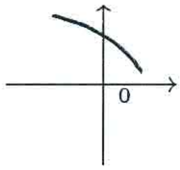
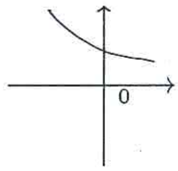
ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		8 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione $y = y(t)$ del problema $\begin{cases} (1+t^5)y' = -2e^{y^2} \\ y(0) = 2. \end{cases}$

[a]  ; [b]  ; [c]  ; [X]  .

2. Se f è derivabile e $f(1) = 0$, allora $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{2-x^2}}\,dx =$ [X] $-\int_0^1 f'(x)\arcsin(\frac{x}{\sqrt{2}})\,dx$; [b] $-\int_0^1 f'(x)\sqrt{2-x^2}\,dx$; [c] $\int_0^1 f'(x)\sqrt{4-2x^2}\,dx$; [d] $-\int_0^1 \sqrt{2}f'(x)\arcsin(\frac{x}{\sqrt{2}})\,dx$.

3. I primi tre termini del polinomio di Taylor con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \frac{1+x^2}{1+2x^2}$ sono: [a] $1+3x^2+3x^4$; [b] $1+x^2-x^4$; [c] $1+3x^2+6x^4$; [X] $1-x^2+2x^4$.

4. L'asintoto obliquo di $g(x) = \frac{x^2-5x^{-1}}{3x+1}$ per $x \to +\infty$ è: [a] $\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}$; [b] $\frac{3}{2}x-\frac{15}{4}$; [X] $\frac{1}{3}x-\frac{1}{9}$; [d] $\frac{3}{2}x+\frac{9}{4}$.

5. Sia f una funzione continua in $[-2,2]$. Se $\frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 4$, quale affermazione è sempre vera? [a] $\int_{-2}^{2} xf(x)\,dx = 0$; [b] $\int_{-2}^{2} f^2(x)\,dx = 64$; [c] esiste $c \in [-2,2]$ tale che $f(c) = 4$; [X] esiste $c \in [-2,2]$ tale che $f(c) = 2$.

6. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_e^{e^2} xf(\log x)\,dx =$ [a] $\int_e^{e^2} \frac{f(t)\log t}{t}\,dt$; [b] $\int_e^{e^2} \frac{f(t)}{t\log t}\,dt$; [X] $\int_1^2 f(t)e^{2t}\,dt$; [d] $\int_1^2 \frac{f(t)}{e^t}\,dt$.

7. Se $y = y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 3x^2y \\ y(0) = 3 \end{cases}$, allora $y(1) =$ [a] $9e$; [X] $3e$; [c] 3; [d] 9.

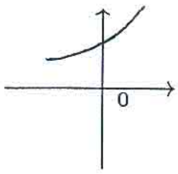
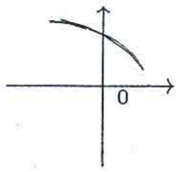
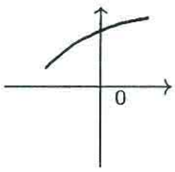
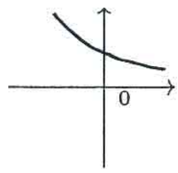
8. L'insieme dei valori del parametro $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio $\int_0^1 \frac{\log(1+x^2)+x^3}{e^{-1/x}+x^{2\beta}}dx$ è convergente è: [a] $\beta > \frac{3}{2}$; [b] $\beta > 2$; [X] $\beta < \frac{3}{2}$; [d] $\beta < 2$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		8 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. L'insieme dei valori del parametro $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^\beta + e^{-1/x}}{\sin^2 x + x^{3/2}}dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta < \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\beta < 1$; $\boxtimes$ $\beta > \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\beta > 1$.

2. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione $y = y(t)$ del problema $\begin{cases} (1+t^5)y' = 2e^{y^2} \\ y(0) = 2. \end{cases}$

$\boxtimes$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_1^2 \frac{f(e^x)}{x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\int_1^2 f(t)e^{2t}\,dt$; $\boxed{b}$ $\int_1^2 \frac{f(t)}{e^t}\,dt$; $\boxed{c}$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)\log t}{t}\,dt$; $\boxtimes$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)}{t\log t}\,dt$.

4. Se f è derivabile e $f(\frac{1}{4}) = 0$, allora $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f(x)}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f'(x)\sqrt{1-4x^2}}{4}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f'(x)\arcsin(2x)}{4}\,dx$; $\boxtimes$ $\displaystyle-\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f'(x)\arcsin(2x)}{2}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle-\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f'(x)\sqrt{1-4x^2}}{2}\,dx$.

5. Se $y = y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 3x^2y \\ y(0) = 1 \end{cases}$, allora $y(1) =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ $3e$; $\boxtimes$ e.

6. Sia f una funzione continua in $[-2,2]$. Se $\displaystyle\frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 2$, quale affermazione è sempre vera? $\boxed{a}$ esiste $c \in [-2,2]$ tale che $f(c) = 2$; $\boxtimes$ esiste $c \in [-2,2]$ tale che $f(c) = 1$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_{-2}^{2} xf(x)\,dx = 0$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_{-2}^{2} f^2(x)\,dx = 16$.

7. I primi tre termini del polinomio di Taylor con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \dfrac{1+2x^2}{1-x^2}$ sono: $\boxed{a}$ $1 + 3x^2 + 6x^4$; $\boxed{b}$ $1 - x^2 + 2x^4$; $\boxtimes$ $1 + 3x^2 + 3x^4$; $\boxed{d}$ $1 + x^2 - x^4$.

8. L'asintoto obliquo di $g(x) = \dfrac{x^2 + 2x^{-1}}{3x-2}$ per $x \to +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}x - \frac{1}{9}$; $\boxed{b}$ $\frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}x - \frac{15}{4}$.

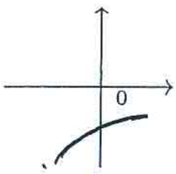
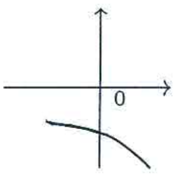
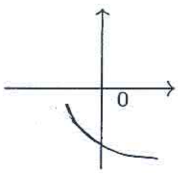
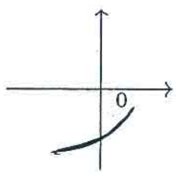
ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		8 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Se $y = y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 3x^2 y \\ y(0) = 1/2 \end{cases}$, allora $y(1) =$ $\boxtimes$ $e/2$; $\boxed{b}$ $1/2$; $\boxed{c}$ $3/2$; $\boxed{d}$ $3e/2$.

2. Sia f una funzione continua in $[-3,3]$. Se $\frac{1}{3}\int_{-3}^{3} f(x)\,dx = 4$, quale affermazione è sempre vera? $\boxed{a}$ $\int_{-3}^{3} f^2(x)\,dx = 144$; $\boxed{b}$ esiste $c \in [-3,3]$ tale che $f(c) = 4$; $\boxtimes$ esiste $c \in [-3,3]$ tale che $f(c) = 2$; $\boxed{d}$ $\int_{-3}^{3} x f(x)\,dx = 0$.

3. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione $y = y(t)$ del problema $\begin{cases} (1+t^5)y' = -2e^{y^2} \\ y(0) = -2. \end{cases}$

$\boxed{a}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_e^{e^2} \frac{f(\log x)}{x^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)}{t \log t}\,dt$; $\boxed{b}$ $\int_1^2 f(t) e^{2t}\,dt$; $\boxtimes$ $\int_1^2 \frac{f(t)}{e^t}\,dt$; $\boxed{d}$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)\log t}{t}\,dt$.

5. L'asintoto obliquo di $g(x) = \dfrac{x^2 - 5x^{-1}}{3x+1}$ per $x \to +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}x - \frac{15}{4}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{3}x - \frac{1}{9}$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$.

6. L'insieme dei valori del parametro $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio $\int_0^1 \dfrac{e^{-1/x} + \sin(x^\beta)}{x^3 + x^{5/2}}dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta > 2$; $\boxed{b}$ $\beta < \frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\beta < 2$; $\boxtimes$ $\beta > \frac{3}{2}$.

7. Se f è derivabile e $f(1) = 0$, allora $\int_0^1 \dfrac{f(x)}{\sqrt{4-x^2}}\,dx =$ $\boxed{a}$ $-\int_0^1 f'(x)\sqrt{4-x^2}\,dx$; $\boxed{b}$ $-\int_0^1 2f'(x)\sqrt{4-x^2}\,dx$; $\boxed{c}$ $-\int_0^1 2f'(x)\arcsin(\frac{x}{2})\,dx$; $\boxtimes$ $-\int_0^1 f'(x)\arcsin(\frac{x}{2})\,dx$.

8. I primi tre termini del polinomio di Taylor con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \dfrac{1+x^2}{1+2x^2}$ sono: $\boxed{a}$ $1 + x^2 - x^4$; $\boxed{b}$ $1 + 3x^2 + 6x^4$; $\boxtimes$ $1 - x^2 + 2x^4$; $\boxed{d}$ $1 + 3x^2 + 3x^4$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		8 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

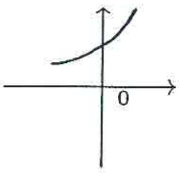
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

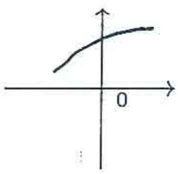
1. L'asintoto obliquo di $g(x) = \dfrac{3x^2+2x^{-1}}{2x-3}$ per $x \to +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}$; $\boxed{b}$ $\frac{3}{2}x-\frac{15}{4}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}x-\frac{1}{9}$; ☒ $\frac{3}{2}x+\frac{9}{4}$.

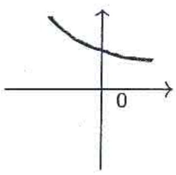
2. L'insieme dei valori del parametro $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}-1+x^{3/2}}{x^{\beta+1}+e^{-1/x}}\,dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta > \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\beta > \frac{3}{2}$; ☒ $\beta < \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\beta < \frac{3}{2}$.

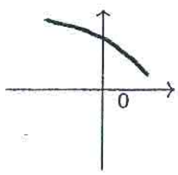
3. Sia f una funzione continua in $[-2,2]$. Se $\displaystyle\frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 4$, quale affermazione è sempre vera? $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_{-2}^{2} xf(x)\,dx = 0$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_{-2}^{2} f^2(x)\,dx = 64$; $\boxed{c}$ esiste $c \in [-2,2]$ tale che $f(c) = 4$; ☒ esiste $c \in [-2,2]$ tale che $f(c) = 2$.

4. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione $y = y(t)$ del problema $\begin{cases} (1+t^5)y' = -2e^{y^2} \\ y(0) = 2. \end{cases}$

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; ☒ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. I primi tre termini del polinomio di Taylor con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \dfrac{1+x^2}{1-2x^2}$ sono: $\boxed{a}$ $1+3x^2+3x^4$; $\boxed{b}$ $1+x^2-x^4$; ☒ $1+3x^2+6x^4$; $\boxed{d}$ $1-x^2+2x^4$.

6. Se $y = y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 3x^2y \\ y(0) = 3 \end{cases}$, allora $y(1) =$ $\boxed{a}$ $9e$; ☒ $3e$; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 9.

7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_1^2 \frac{f(e^x)}{x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)\log t}{t}\,dt$; ☒ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)}{t\log t}\,dt$; $\boxed{c}$ $\int_1^2 f(t)e^{2t}\,dt$; $\boxed{d}$ $\int_1^2 \frac{f(t)}{e^t}\,dt$.

8. Se f è derivabile e $f(1) = 0$, allora $\displaystyle\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{2-x^2}}\,dx =$ ☒ $\displaystyle -\int_0^1 f'(x)\arcsin(\frac{x}{\sqrt{2}})\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle -\int_0^1 f'(x)\sqrt{2-x^2}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle \int_0^1 f'(x)\sqrt{4-2x^2}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle -\int_0^1 \sqrt{2}f'(x)\arcsin(\frac{x}{\sqrt{2}})\,dx$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		8 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

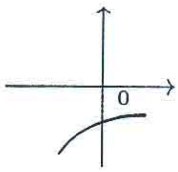
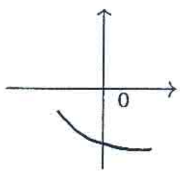
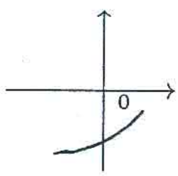
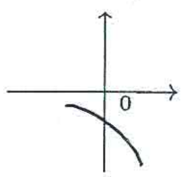
1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_e^{e^2} \frac{f(\log x)}{x^2}\, dx =$ [a] $\int_e^{e^2} \frac{f(t)}{t \log t}\, dt$; [b] $\int_1^2 f(t)e^{2t}\, dt$; [X] $\int_1^2 \frac{f(t)}{e^t}\, dt$; [d] $\int_e^{e^2} \frac{f(t)\log t}{t}\, dt$.

2. I primi tre termini del polinomio di Taylor con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \dfrac{1+2x^2}{1-x^2}$ sono: [a] $1 + x^2 - x^4$; [b] $1 + 3x^2 + 6x^4$; [c] $1 - x^2 + 2x^4$; [X] $1 + 3x^2 + 3x^4$.

3. L'asintoto obliquo di $g(x) = \dfrac{3x^2 + 2x^{-1}}{2x - 3}$ per $x \to +\infty$ è: [a] $\frac{3}{2}x - \frac{15}{4}$; [b] $\frac{1}{3}x - \frac{1}{9}$; [X] $\frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$; [d] $\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$.

4. Se $y = y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 3x^2 y \\ y(0) = 1/2 \end{cases}$, allora $y(1) =$ [X] $e/2$; [b] $1/2$; [c] $3/2$; [d] $3e/2$.

5. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione $y = y(t)$ del problema $\begin{cases} (1 + t^5)y' = -2e^{y^2} \\ y(0) = -2. \end{cases}$

[a]  ; [b]  ; [c]  ; [X]  .

6. Se f è derivabile e $f(1) = 0$, allora $\displaystyle\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{4-x^2}}\, dx =$ [a] $-\displaystyle\int_0^1 f'(x)\sqrt{4-x^2}\, dx$; [b] $-\displaystyle\int_0^1 2f'(x)\sqrt{4-x^2}\, dx$; [c] $-\displaystyle\int_0^1 2f'(x)\arcsin(\frac{x}{2})\, dx$; [X] $-\displaystyle\int_0^1 f'(x)\arcsin(\frac{x}{2})\, dx$.

7. L'insieme dei valori del parametro $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}} - 1 + x^{3/2}}{x^{\beta+1} + e^{-1/x}}\, dx$ è convergente è: [a] $\beta > \frac{3}{2}$; [X] $\beta < \frac{1}{2}$; [c] $\beta < \frac{3}{2}$; [d] $\beta > \frac{1}{2}$.

8. Sia f una funzione continua in $[-3, 3]$. Se $\displaystyle\frac{1}{3}\int_{-3}^{3} f(x)\, dx = 4$, quale affermazione è sempre vera? [a] $\displaystyle\int_{-3}^{3} f^2(x)\, dx = 144$; [b] esiste $c \in [-3, 3]$ tale che $f(c) = 4$; [X] esiste $c \in [-3, 3]$ tale che $f(c) = 2$; [d] $\displaystyle\int_{-3}^{3} x f(x)\, dx = 0$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		8 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia f una funzione continua in $[-3,3]$. Se $\frac{1}{3}\int_{-3}^{3} f(x)\,dx = 2$, quale affermazione è sempre vera? $\boxed{\xcancel{a}}$ esiste $c \in [-3,3]$ tale che $f(c) = 1$; $\boxed{b}$ $\int_{-3}^{3} xf(x)\,dx = 0$; $\boxed{c}$ $\int_{-3}^{3} f^2(x)\,dx = 36$; $\boxed{d}$ esiste $c \in [-3,3]$ tale che $f(c) = 2$.

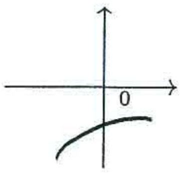
2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_1^2 f(e^x)x\,dx =$ $\boxed{a}$ $\int_1^2 \frac{f(t)}{e^t}\,dt$; $\boxed{\xcancel{b}}$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)\log t}{t}\,dt$; $\boxed{c}$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)}{t\log t}\,dt$; $\boxed{d}$ $\int_1^2 f(t)e^{2t}\,dt$.

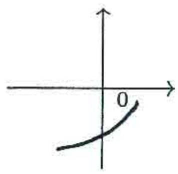
3. Se f è derivabile e $f(\frac{1}{9}) = 0$, allora $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f(x)}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f'(x)\arcsin(3x)}{9}\,dx$; $\boxed{\xcancel{b}}$ $\displaystyle -\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f'(x)\arcsin(3x)}{3}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle -\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f'(x)\sqrt{1-9x^2}}{3}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f'(x)\sqrt{1-9x^2}}{9}\,dx$.

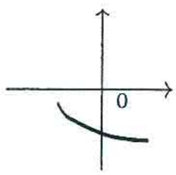
4. I primi tre termini del polinomio di Taylor con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \dfrac{1+x^2}{1-2x^2}$ sono: $\boxed{a}$ $1 - x^2 + 2x^4$; $\boxed{b}$ $1 + 3x^2 + 3x^4$; $\boxed{c}$ $1 + x^2 - x^4$; $\boxed{\xcancel{d}}$ $1 + 3x^2 + 6x^4$.

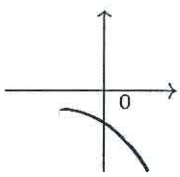
5. L'insieme dei valori del parametro $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-1/x} + \sin(x^\beta)}{x^3 + x^{5/2}}dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta < 2$; $\boxed{\xcancel{b}}$ $\beta > \frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\beta > 2$; $\boxed{d}$ $\beta < \frac{3}{2}$.

6. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione $y = y(t)$ del problema $\begin{cases} (1+t^5)y' = 2e^{y^2} \\ y(0) = -2. \end{cases}$

$\boxed{\xcancel{a}}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. L'asintoto obliquo di $g(x) = \dfrac{3x^2 - x^{-1}}{2x+5}$ per $x \to +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $\frac{3}{2}x - \frac{15}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}x - \frac{1}{9}$.

8. Se $y = y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 3x^2y \\ y(0) = 2 \end{cases}$, allora $y(1) =$ $\boxed{a}$ 6; $\boxed{b}$ $6e$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $2e$; $\boxed{d}$ 2.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		8 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. I primi tre termini del polinomio di Taylor con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \dfrac{1+2x^2}{1+x^2}$ sono:
   $\boxed{a}$ $1 - x^2 + 2x^4$; $\boxed{b}$ $1 + 3x^2 + 3x^4$; $\boxtimes$ $1 + x^2 - x^4$; $\boxed{d}$ $1 + 3x^2 + 6x^4$.

2. Se $y = y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 3x^2 y \\ y(0) = 2 \end{cases}$, allora $y(1) =$ $\boxed{a}$ 6; $\boxed{b}$ $6e$;
   $\boxtimes$ $2e$; $\boxed{d}$ 2.

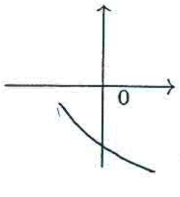
3. L'insieme dei valori del parametro $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \frac{\log(1+x^2)+x^3}{e^{-1/x}+x^{2\beta}}dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta < 2$; $\boxed{b}$ $\beta > \frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\beta > 2$; $\boxtimes$ $\beta < \frac{3}{2}$.

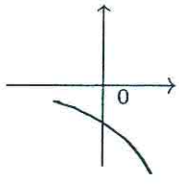
4. Sia f una funzione continua in $[-3,3]$. Se $\displaystyle\frac{1}{3}\int_{-3}^{3} f(x)\,dx = 2$, quale affermazione è sempre vera? $\boxtimes$ esiste $c \in [-3,3]$ tale che $f(c) = 1$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_{-3}^{3} x f(x)\,dx = 0$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_{-3}^{3} f^2(x)\,dx = 36$;
   $\boxed{d}$ esiste $c \in [-3,3]$ tale che $f(c) = 2$.

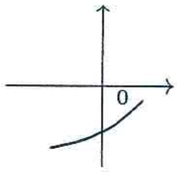
5. Se f è derivabile e $f(\frac{1}{9}) = 0$, allora $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f(x)}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f'(x)\arcsin(3x)}{9}\,dx$;
   $\boxtimes$ $\displaystyle-\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f'(x)\arcsin(3x)}{3}\,dx$; $\boxed{c}$ $\displaystyle-\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f'(x)\sqrt{1-9x^2}}{3}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{f'(x)\sqrt{1-9x^2}}{9}\,dx$.

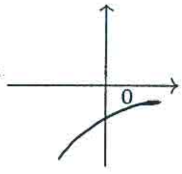
6. L'asintoto obliquo di $g(x) = \dfrac{x^2+2x^{-1}}{3x-2}$ per $x \to +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$;
   $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}x - \frac{15}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}x - \frac{1}{9}$.

7. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione $y = y(t)$ del problema $\begin{cases} (1+t^5)y' = 2e^{y^2} \\ y(0) = -2. \end{cases}$

   $\boxed{a}$ 

   ; $\boxed{b}$ 

   ; $\boxed{c}$ 

   ; $\boxtimes$ 

   .

8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_e^{e^2} x f(\log x)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\int_1^2 \frac{f(t)}{e^t}\,dt$;
   $\boxed{b}$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)\log t}{t}\,dt$; $\boxed{c}$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)}{t\log t}\,dt$; $\boxtimes$ $\int_1^2 f(t)e^{2t}\,dt$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia		8 gennaio 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Se f è derivabile e $f(\frac{1}{4}) = 0$, allora $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f(x)}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f'(x)\sqrt{1-4x^2}}{4}\,dx$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f'(x)\arcsin(2x)}{4}\,dx$; $\boxtimes$ $\displaystyle -\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f'(x)\arcsin(2x)}{2}\,dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle -\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{f'(x)\sqrt{1-4x^2}}{2}\,dx$.

2. L'asintoto obliquo di $g(x) = \dfrac{3x^2 - x^{-1}}{2x+5}$ per $x \to +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}x - \frac{1}{9}$; $\boxed{b}$ $\frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$; $\boxtimes$ $\frac{3}{2}x - \frac{15}{4}$.

3. Se $y = y(x)$ è la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 3x^2 y \\ y(0) = 1/3 \end{cases}$, allora $y(1) =$ $\boxed{a}$ $1/3$; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ e; $\boxtimes$ $e/3$.

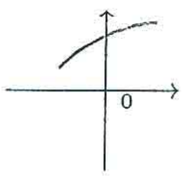
4. L'insieme dei valori del parametro $\beta > 0$ per cui l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^\beta + e^{-1/x}}{\sin^2 x + x^{3/2}}\,dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta < \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\beta < 1$; $\boxtimes$ $\beta > \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\beta > 1$.

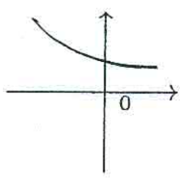
5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora $\int_1^2 f(e^x)x\,dx =$ $\boxed{a}$ $\int_1^2 f(t)e^{2t}\,dt$; $\boxed{b}$ $\int_1^2 \frac{f(t)}{e^t}\,dt$; $\boxtimes$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)\log t}{t}\,dt$; $\boxed{d}$ $\int_e^{e^2} \frac{f(t)}{t\log t}\,dt$.

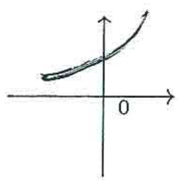
6. I primi tre termini del polinomio di Taylor con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \dfrac{1+2x^2}{1+x^2}$ sono: $\boxed{a}$ $1 + 3x^2 + 6x^4$; $\boxed{b}$ $1 - x^2 + 2x^4$; $\boxed{c}$ $1 + 3x^2 + 3x^4$; $\boxtimes$ $1 + x^2 - x^4$.

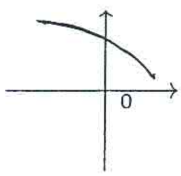
7. Sia f una funzione continua in $[-2,2]$. Se $\displaystyle\frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 2$, quale affermazione è sempre vera? $\boxed{a}$ esiste $c \in [-2,2]$ tale che $f(c) = 2$; $\boxtimes$ esiste $c \in [-2,2]$ tale che $f(c) = 1$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\int_{-2}^{2} xf(x)\,dx = 0$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_{-2}^{2} f^2(x)\,dx = 16$.

8. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione $y = y(t)$ del problema $\begin{cases} (1+t^5)y' = 2e^{y^2} \\ y(0) = 2. \end{cases}$

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia	8 gennaio 2013

2. (6 punti) Sia $f : [0,2] \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) := |x^2 - 6x + 5|$ e sia D la regione interna alla striscia $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, 0 \le x \le 2\}$ e compresa fra l'asse X e il grafico di f. Calcolate i volumi V_x e V_y ottenuti facendo ruotare D, rispettivamente, attorno all'asse X e attorno all'asse Y.

La funzione $|x^2-6x+5|$ vale (dato che $x^2-6x+5=0$ per $x=1$ e $x=5$)

$$|x^2-6x+5| = \begin{cases} x^2-6x+5, & \text{se } x^2-6x+5 \geq 0, \text{ cioè } x \leq 1 \text{ e } x \geq 5, \\ -x^2+6x-5, & \text{se } x^2-6x+5 < 0, \text{ cioè } 1 < x < 5. \end{cases}$$

Dunque $f(x) = x^2-6x+5$ per $0 \le x \le 1$, $f(x) = -x^2+6x-5$ per $1 \le x \le 2$.

Il volume V_x vale:

$$V_x = \pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^2 (x^2-6x+5)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4+36x^2+25-12x^3+10x^2-60x)dx =$$

$$= \pi \left[\frac{2^5}{5} - \frac{12}{4} 2^4 + \frac{46}{3} 2^3 - \frac{60}{2} 2^2 + 25 \cdot 2 \right] = \pi \left(\frac{32}{5} - 48 + \frac{368}{3} - 120 + 50 \right) =$$

$$= \pi \frac{1}{15} (96 - 1770 + 1840) = \pi \frac{166}{15}.$$

Il volume V_y vale:

$$V_y = 2\pi \int_0^2 x f(x) dx = 2\pi \left[\int_0^1 x(x^2-6x+5)dx + \int_1^2 x(-x^2+6x-5)dx \right] =$$

$$= 2\pi \left(\frac{1}{4} - \frac{6}{3} + \frac{5}{2} \right) + 2\pi \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{6}{3} x^3 - \frac{5}{2} x^2 \right)_1^2 =$$

$$= 2\pi \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \cancel{4} + \cancel{16} - \cancel{10} + \frac{1}{4} - \cancel{2} + \frac{5}{2} \right) = 2\pi \frac{7}{2} = 7\pi.$$

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia	8 gennaio 2013

1. (6 punti) Trovate per quali $x \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=4}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{(n-3)3^n}$ è convergente.

Indicata con $f(x)$ la somma della serie, scrivete una serie la cui somma è $f'(x)$.

Si tratta di una serie di potenze di centro $x_0 = 6$ e $a_n = \frac{1}{(n-3)3^n}$.

Per trovarne il raggio calcoliamo

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n-3)\cancel{3^n}}{(n-2)3^{n+1}} = \frac{1}{3}, \text{ quindi } r = 3.$$

La serie converge per $|x-6| < 3$, cioè $3 < x < 9$.

Per $x = 3$ si ha $\displaystyle\sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \frac{\cancel{3^n}}{(n-3)\cancel{3^n}}$, e questa serie a termini di segno alterno converge per il criterio di Leibniz ($1/_{n-3}$ è decrescente ed infinitesima).

Per $x = 9$ si ha $\displaystyle\sum_{n=4}^{\infty} \frac{\cancel{3^n}}{(n-3)\cancel{3^n}}$, e questa è una serie armonica divergente.

La serie converge quindi per $3 \le x < 9$, e non converge per $x < 3$ e $x \geq 9$.

All'interno del loro intervallo di convergenza le serie di potenze si possono derivare termine a termine, quindi

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left(\sum_{n=4}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{(n-3)3^n}\right) = \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(n-3)3^n} \frac{d}{dx}\left[(x-6)^n\right] =$$

$$= \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n}{(n-3)3^n} (x-6)^{n-1}.$$

ANALISI MATEMATICA 1 - Seconda prova intermedia	8 gennaio 2013

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\log x}{e^y + 2e^{-y}} \\ y(1) = 0\,. \end{cases}$$

È un'equazione non lineare, del 1° ordine, a variabili separabili.

Si ha

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{e^y + 2e^{-y}} \Rightarrow \int (e^y + 2e^{-y})\,dy = \int \log x \, dx\,.$$

Calcolando:

$$\int (e^y + 2e^{-y})\,dy = e^y - 2e^{-y} + c_1\,, \quad \int \log x\,dx \overset{\text{per parti}}{=} x\log x - \int x \cdot \frac{1}{x}\,dx = x\log x - x + c_2\,.$$

Dunque abbiamo ottenuto

$$e^y - 2e^{-y} = x(\log x - 1) + c\,, \quad c \in \mathbb{R}\,.$$

Imponendo il dato di Cauchy ne segue

$$e^0 - 2e^0 = 1 \cdot (\log 1 - 1) + c \Rightarrow c = 0\,.$$

Si tratta quindi di risolvere $e^y - 2e^{-y} = x(\log x - 1)$, cioè

$$0 = e^y - \frac{2}{e^y} - x(\log x - 1) = \frac{e^{2y} - 2 - x(\log x - 1)e^y}{e^y} \Rightarrow$$ → equazione di 2° grado in $t = e^y$...

$$\Rightarrow \quad e^y = \frac{x(\log x - 1) \mp \sqrt{x^2(\log x - 1)^2 + 8}}{2}\,.$$

La radice negativa va scartata, perché dà una funzione negativa, che non può essere uguale a un esponenziale. Dunque

$$y(x) = \log\left[\frac{1}{2}\left(x(\log x - 1) + \sqrt{x^2(\log x - 1)^2 + 8}\right)\right].$$